Todennäköisyyslaskenta
5. harjoitukset, 41. viikko 2011
(Huom. Täyden hyvityksen saa jo kuudesta tehtävästä, ts. tehtyjen määrä kerrotaan luvulla 4/3.)

5.1. Eräässä tennisseurueessa on n naista ja m miestä ($n \geq 2, m \geq 2$). Seurueen jäsenten nimilaput pannaan hattuun ja valitaan peräkkäin yksitellen palauttamatta 4 nimilappua L_1, L_2, L_3, L_4, joista (L_1, L_2) ja (L_3, L_4) muodostavat nelinperiparit. Mikä on todennäköisyys, että L_1 ja L_3 ovat naisia sekä L_2 ja L_4 miehiä?

5.2. Oletetaan, että kahden puolueen järjestelmässä puolueella P_1 on kolme kilpailevaa ehdokasta E_1, E_2 ja E_3, joista yksi valitaan jäsenäänestyksessä puolueen presidenttiehdokkaaksi. Arvioidaan, että ehdokkaiden E_1, E_2 ja E_3 todennäköisyydet voittaa jäsenäänestys ovat $0.35, 0.40$ ja 0.25. Puolue P_2 on jo valinnut ehdokkaan S ehdokkaakseen. Mielipidetiedustelujen mukaan S:n todennäköisyys voittaa E_1 presidentin vaalissa on 0.40, todennäköisyys voittaa E_2 on 0.35 ja todennäköisyys voittaa E_3 on 0.60. Millä todennäköisyydellä S voittaa vaalit? (Vihje: Kokonaistodennäköisyyden kaava s. 58 ja s. 69)

5.3. Valmistajan ilmoituksen mukaan murtohälytin hälyttää todennäköisyydellä 0.95, jos joku murtautuu asuntoosi. Viimeisen kahden vuoden aikana hälytin on hälyttänyt viitenä yönä (5/730) ilman mitään näkyvää syytä. Poliisitilastojen mukaan asuntomurron todennäköisyys on 2/10000 (prioritodennäköisyys). Oletetaan, että hälytin hälyttää ensi yönä. Mikä on todennäköisyys, että joku todella yrittää murtautua asuntoosi. (Vihje: Bayesin kaava s. 58 ja s. 69)

5.4. Etsintäkokeessa etsintäalueelle on piilotettu etsittävä kohde, jonka koiran tulisi havaita ja tunnistaa. Kokeeseen osallistuu kolme etsintäkoiraa K_1, K_2 ja K_3 ohjaajineen. Ennakkoon ajatellen kullakin koiralla on yhtä suuri mahdollisuus (prioritodennäköisyys) tunnistamiseen. Aikaisempien kokeiden perusteella K_1 on tunnistanut 10 kertaa 12 yrityksesta, K_2 on tunnistanut 9 kertaa 12:sta ja K_3 on tunnistanut 8 kertaa 12:sta. Saat ilmoituksen, että koira on tunnistanut kohteen. Mikä on todennäköisyys, että koira oli K_3. (Bayesin kaava s. 58 ja s. 69)

5.5. Matkustat valtakunnassa V junalla siskosi kanssa. Kummallakaan teistä ei ole voimassaolevaa lippua ja tarkastaja nappaa teidät molemmat kiinni. Tarkastajalla on valta langettaa erikoisrangaistus. Hänellä on laatikko, jossa on yhdeksän samannäköistä suklaapatukkaa, mutta kolme niistä sisältää kuolettavaa myrkkyä. Hän pakottaa teistä kummankin vuorotellen valitsemaan patukan ja syömään sen välittömästi. Onko väliä, kumpi valitsee ensin? Laske sekä ensimmäisenä että toisena valitsevan toitodennäköisyydet pysyä hengissä.

5.6. Heitetään tavallista noppaa kahdesti. Olkoon $A \equiv$ "Pariton ensimmäisellä", $B \equiv$ "Pariton toisella"ja $C \equiv$ "Summa pariton".

(a) Laske $P(A), P(B)$ ja $P(C)$ sekä

(b) $P(A \cap B), P(A \cap C)$ ja $P(B \cap C)$.

(c) Ovatko tapahtumat riippumattomat? (Määritelmä 3.3)

5.7. Oletetaan, että perheiden lapsien lukumäärä jakaantuu seuraavasti:

Lasten lkm	0	1	2	3	4
Todennäköisyys	0.15	0.25	0.3	0.2	0.1

Oletetaan, että lapset ovat toisistaan riippumatta poikia tai tyttöjä ja tytön todennäköisyys on 1/2. Valitaan satunnaisesti yksi perhe. Mikä on todennäköisyys, että perheessä on täsmälleen kaksi tyttöä? (Kokonaistodennäköisyys)

5.8. Aapo heittää 3 kertaa lanttia ja Eeva 2 kertaa. Aapo voittaa, jos hänen saamansa kruunien lukumäärä on suurempi kuin Eevan saama kruunien lukumäärä. Mikä on todennäköisyys, että Aapo voittaa? (Kokonaistodennäköisyys)