

Todennäköisyyslaskenta

4. harjoitukset, 40. viikko 2011

- 4.1. Erään työtehtävän hoitamiseen tarvitaan 2 työntekijää. Työryhmän johtajalla on tehtävään tarjolla 3 miestä ja 3 naista. Hän päättää tasapuolisuuden vuoksi valita nuo kaksi satunnaisesti (arpomalla). Olkoon X miesten ja Y naisten lukumäärä otoksessa.
- (a) Määritä otosavaruus Ω .
 - (b) Määritä X :n todennäköisyysjakauma luettelemalla kaikki X :n arvoalueen osajoukot ja niiden todennäköisyydet.
 - (c) Määritä X :n todennäköisyysfunktio.
- 4.2. (Jatkoa edelliseen) Määritä X :n ja Y :n kertymäfunktiot F_X ja F_Y (Huomaa, että $F_X \equiv F_Y$, vaikka $X \neq Y$). Lausu Y :n arvoalueen osajoukkojen todennäköisyydet kertymäfunktion F_Y avulla.
- 4.3. Eräessä pikkulapsille tehtävässä testissä lapsia pyydetään yhdistämään kolmen eläimen nimet (sanat) niiden eläinten kuviin. Jos lapsi yhdistää sanat kuviin satunnaisesti, mikä on oikeiden valintojen lukumäärän Y todennäköisyysfunktio.
- 4.4. Meillä on kolme identtistä helmeä ja kolme maljaa. Helmet pannaan yksitellen satunnaisesti yhteen näistä kolmesta maljasta. Olkoon Y tyhjien maljojen lukumäärä. Määritä Y :n kertymäfunktio ja kaikkien Y :n arvojoukon S_Y osajoukkojen todennäköisyydet.
- 4.5. Heitetään tikkaa ympyränmuotoiseen tauluun T , jonka säde on R . Oletetaan, että taulu on niin suuri, että tikka osuu varmasti tauluun. Mikä on todennäköisyys, että tikan osumispuoleen (x, y) etäisyys X taulun keskipisteestä on korkeintaan $0 \leq t \leq R$, kun osumapiste määräytyy täysin satunnaisesti (Huom. Aseta taulun keskipiste origoon). Määritä X :n kertymäfunktio.
- 4.6. Tietyllä alueella on kutsuttu tiedotustilaisuuteen kaikki perheet, joilla on ainakin yksi poika. Oletetaan, että tytön ja pojan todennäköisyys on yhtä suuri. Tiedetään, että Rouva X on kutsuttu tiedotustilaisuuteen. Lisäksi olet saanut tietää, että X:llä on kaksi lasta. Millä todennäköisyydellä X:llä on kaksi poikaa? (Ks. ehdollinen todennäköisyys, s, 57)
- 4.7. Diskreetin satunnaismuuttujan X arvoalue on $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ja kertymäfunktio F saa seuraavia arvoja:

$$F(0) = 0, F(1) = \frac{1}{9}, F(2) = \frac{1}{6}, F(3) = \frac{1}{3}, F(4) = \frac{1}{2}.$$

Määritä X :n todennäköisyysfunktio.

4.8. Heitetään kahta normaalia noppaa (silmäluvut 1, 2, 3, 4, 5, 6). Kaikki silmälukujen yhdistelmät (i, j) , $1 \leq i \leq 6$, $1 \leq j \leq 6$ ovat yhtä todennäköisiä. Satunnaismuuttuja X on silmälukujen summa. Määritä X :n todennäköisyysfunktio.