

## Todennäköisyyslaskenta

### 3. harjoitukset, 39. viikko 2011

- 3.1. Kurssin pitäjä antaa luokalle 10 tehtävää ja ilmoittaa, että niistä 5 satunnaisesti valittua tulee tenttiin. Opiskelija on opetellut niistä 7. Millä todennäköisyydellä tentissä
- (a) kaikki 5 ovat niitä, jotka opiskelija on opetellut?
  - (b) ainakin 4 on niitä, jotka opiskelija on opetellut?
- 3.2. Sinulla on 8 samanlaista makeista, jotka sinun pitäisi jakaa 12 lapselle. Kuinka monella tapaa makeiset voidaan jakaa? (Jaolla ei rajoitteita. Esim. voit antaa kaikki yhdelle.)
- 3.3. Kuinka monta hyväksyttävää 8 merkin salasanaa on, jos salasanan jokaisen merkin tulee olla joko iso kirjain A-Z (26), pieni kirjain a-z (26) tai numero 0-9 ja salasanassa on käytettävä ainakin yhtä pientä kirjainta ja yhtä isoa kirjainta.
- 3.4. Meillä on 6-tahoiset nopat  $A, B, C$  ja  $D$ , joissa jokaisen tahon todennäköisyys on  $1/6$ . Nopassa  $A$  on neljällä taholla silmäluku 4 ja kahdella silmäluku 0, nopassa  $B$  on kaikilla tahoilla silmäluku 3, nopassa  $C$  on neljällä taholla silmäluku 2 ja kahdella silmäluku 6, nopassa  $D$  on neljällä taholla silmäluku 5 ja kahdella silmäluku 1 (Efronin nopat). Jos siis heitetään esimerkiksi noppaa  $A$ , saadaan silmäluku 0 todennäköisyydellä  $1/3$ . Kun heitetään kahta noppaa  $A$  ja  $B$ , niin  $A$  voittaa  $B$ :n, jos  $A$ :n silmäluku on suurempi kuin  $B$ :n. Laske todennäköisyydet, että
- (a)  $B$  voittaa  $C$ :n,
  - (b)  $C$  voittaa  $D$ :n,
  - (c)  $D$  voittaa  $A$ :n.
- 3.5. Meillä on käytössä kirjaimet  $\{a, a, k, e, e, e, h\}$ .
- (a) Kuinka monta seitsemän kirjaimen sanaa (erilaista kirjainjonoa) niistä voidaan muodostaa? (Sanassa tulee olla siis esim. 2  $a$ :ta jne).
  - (b) Kun  $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^7$  kehitetään polynomiksi, mikä on termin  $x_1^2 x_3 x_4^3 x_5$  kerroin?
- 3.6. Oletetaan, että vaalissa ehdokas  $A$  saa  $a$  ääntä ja  $B$  saa  $b$  ääntä ja  $a > b$ . Oletetaan, että äänet lasketaan satunnaisjärjestyksessä. Jos  $a = 3$  ja  $b = 2$ , millä todennäköisyydellä  $A$  on  $B$ :n edellä koko laskennan ajan. (Esimerkiksi järjestyksessä  $aabab$  ehdokas  $A$  johtaa koko ajan. Piirrä laskentaprosessin  $(x, y)$  kuvaaja, missä  $x$  on laskettujen äänien

lkm ja  $y$  on  $A$ :n äänimäärä. Suotuisassa tapauksessa  $A$ :n on saatava ensimmäinen ääni ja laskentaprosessin kuvaajan tulee olla  $x$ -akselin yläpuolella koko laskennan ajan eikä kuvaaja saa koskettaa  $x$ -akselia missään vaiheessa.) Mikä mahtaisi olla ratkaisu yleisessä tapauksessa?

3.7. Monivalintatentissä on 20 kysymystä ja jokaiseen on 4 vastausvaihtoehtoa, joista täsmälleen yksi on oikea. Montako sellaista erilaista vastauspaperia, jossa on täsmälleen 70% vastauksista oikein, on mahdollista muodostaa?

3.8. Valitaan korttipakasta satunnaisesti viisi korttia. Mikä on todennäköisyys (suotuisat/kaikki), että saadaan suora (viisi peräkkäistä numeroa, mutta ei värisuora)? ks. esim.

<http://www.everestpoker.com/fi/pokeri/perustiedot/pokerikasien-arvojarjestys>