

## Sekamallit

Harjoitus 9,

4.12.2007

1. Laske ennusteet sonnien painolle aikapisteessä  $t = 13$  (390 vuorokautta). Mikä on ennustettu keskipaino roduittain?
2. Laske muuttujan *distance* ennusteet ajanhetkenä  $t = 16$ , kun aineistona on *Orthodont*-aineiston tytöt.
3. (jatkoa) Laske tehtävän 2 ennusteille ennustevälit.

4. Olkoon

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}),$$

missä

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \text{ ja } \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \mathbf{ZDZ}' + \sigma^2\mathbf{I} & \mathbf{ZD} \\ \mathbf{DZ}' & \mathbf{D} \end{pmatrix},$$

missä  $\sigma^2 > 0$  ja  $\mathbf{D}$  on p.d. Mikä on nyt  $\mathbf{y}$ :n jakauma ehdolla  $\mathbf{u}$ ?

5. Osoita, että

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y}$$

sievenee muotoon

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y},$$

kun  $\mathbf{V} = \mathbf{XDX}' + \sigma^2\mathbf{I}$ , missä  $\sigma^2 > 0$  ja  $\mathbf{D}$  on p.d. (Vihje: jos  $\mathbf{X}'\mathbf{Z} = \mathbf{O}$ , niin  $\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{V}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' = \mathbf{V}^{-1} - \mathbf{V}^{-1}\mathbf{Z}(\mathbf{Z}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{V}^{-1}$ )