

1. Ratkaise edellisikerran harjoitusten kohdat 4 b ja c.
2. Luentojen HUS-esimerkissä esitettiin muunnetut Bayesin tekijät $2 \log B_{\tau_0}$ testattaessa hypoteesia H_0 vs. H_τ , missä muutoskohta τ voi saada arvoja $1, \dots, n - 1$. Määritä eri hypoteeseja vastaavat reunauskottavuudet $p(y|H_\tau)$ simuloimalla käyttäen harmonisen keskiarvon menetelmää, kun $\alpha = \beta = 0.01$. Määritä myös 'tarkat' numeeriset arvot.
3. Raamatussa mainittujen 14 ensimmäisen ihmisen iät ovat

930 912 905 910 895 962 365 969 777 950 600 438 433 464

Oletetaan, että ikä noudattaa jakaumaa $N(\mu_1, \tau_1^{-1})$ ensimmäisellä k henkilöllä ja loppuilla jakaumaa $N(\mu_2, \tau_2^{-1})$. Hypoteesia H_k , että muutos tapahtuu k :n henkilön jälkeen, vastaa siis diskreetti parametri k , joka voi saada arvoja $1, \dots, n$, missä $n = 14$. Hypoteesi H_n vastaa tilannetta, että käännekohtaa ei aineistossa ole. Oletetaan kaikille parametreille, μ_1, μ_2, τ_1 ja τ_2 priorijakaumaksi epäinformatiivinen Gamma(0.001, 0.001).

- a) Määritä BUGS:lla posterioriodotusarvot parametreille μ_1 ja μ_2 sekä posterioritodennäköisyydet hypoteeseille H_k . Huomaa, että BUGS:in (ja myös JAGS:in) parametroinnissa normaalijakauman toinen parametri on tarkkuus (varianssin käänteisluku) τ .
 - b) Toista analyysi olettaen, että 7. havainto (Henok) on sensuroitu oikealta. Ts. oletetaan, että $y_7 > 365$.
4. Olkoon $y = (y_1, \dots, y_n)$ otos normaalijakaumasta $N(\mu, \sigma^2)$, missä molemmat parametrit ovat tuntemattomia. Oletetaan epäaito priorijakauma $p(\mu, \sigma^2) \propto 1/\sigma^2$. Määritä uuden havainnon posterioriennustejakauma $p(\tilde{y}|y)$

a) integroimalla:

$$p(\tilde{y}|y) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty p(\tilde{y}|\mu, \sigma^2)p(\mu, \sigma^2|y)d\mu d\sigma^2$$

b) hyödyntämällä yhtälöä

$$p(\tilde{y}|y) = \frac{p(\theta|y)p(\tilde{y}|\theta)}{p(\theta|\tilde{y}, y)},$$

missä $\theta = (\mu, \sigma^2)$.

5. Alla olevassa taulukossa on 25. syyskuuta 1988 teytyjen Yhdysvaltain presidentinvaalien kannatuskyselyjen tulokset ennen vaaliväittelyä ja sen jälkeen. Kummassakin tapauksessa kysyttiin 639 äänestäjältä (eri henkilöt ennen ja jälkeen). Olkoon α_{j1} , $j = 1, 2$, Bushin ja α_{j2} Dukakisin kannattajien osuus ja α_{j3} mielipiteettömien osuus j :n kyselyn aikoihin. Aseta epäinformatiiviset priorijakaumat parametreille ja simuloi niiden posteriorijakaumaa. Laske posterioritodennäköisyydet seuraaville väitteille: 1) Mielipiteettömien osuus väheni vaaliväittelyn jälkeen 2) Bushin kannattajien osuus väheni vaaliväittelyn jälkeen ja 3) Bushin kannattajien osuus mielipiteellisistä äänestäjistä (niistä jotka aikovat kannattaa joko Bushia tai Dukakista) väheni.

| Kysely | Bush | Dukakis | Ei mielipidettä / muu | Yhteensä |
|-------------------|------|---------|-----------------------|----------|
| ennen väittelyä | 294 | 307 | 38 | 639 |
| jälkeen väittelyn | 288 | 332 | 19 | 639 |