

1. Ehdollinen todennäköisyys: Synnytyksessä erimunaisten kaksosten todennäköisyys on  $n. 1/250$  ja samanmunaisten  $n. 1/300$ . Elvis Presleyllä oli kaksoisveli (joka kuoli synnytyksessä). Mikä on todennäköisyys, että Elviksellä oli identtinen kaksoisveli? Voit olettaa, että pojan tai tytön syntymisen todennäköisyys on  $\frac{1}{2}$ . (Tehtävä poimittu kirjasta Gelman et al: Bayesian Data Analysis).
2. Olkoon tietyn valmistajan energiansäästölamppujen eliniän jakauma eksponentiaalinen tiheysfunktiolla  $p(y|\theta) = \theta e^{-\theta y}$ , missä parametrilla  $\theta$  on priorijakauma  $p(\theta) = \frac{\alpha^r}{\Gamma(r)} \theta^{r-1} e^{-\alpha\theta}$ . Meillä on havaintoaineisto  $y = (y_1, \dots, y_n)$ . Johda  $\theta$ :n posteriorijakauma ja sen odotusarvo (Bayes-estimaattori olettaen, että käytetään neliötappiofunktiota).
3. Havaitaan, että onnistumisten lukumäärä  $n$ :ssä riippumattomassa Bernoulli-kokeessa, joissa onnistumisen todennäköisyys on vakio  $\theta$ , on  $k$ ,  $0 \leq k \leq n$ . Oletetaan, että todennäköisyys  $\theta$  noudattaa Beta-jakaumaa parametreilla  $\alpha$  ja  $\beta$ . Määritä  $\theta$ :n Bayes-estimaattori, joka minimoi neliöllisen tappiofunktion.
4. Vakuutusyhtiö arvioi, että noin 20% matkustajista ostaa lentovakuutuksen. Suhde vaihtelee terminaaleittain ja yhtiö arvioi, että vaihtelun keskihajonta on 10%. Eräässä terminaalissa tehdyn satunnaisotoksen perusteella vain 5 matkustajaa 50 matkustajasta osti vakuutuksen. Estimoi lentovakuutuksen ostavien matkustajien todellinen osuus tämän terminaalin käyttäjistä. (Vihje: Oleta priorijakaumaksi beta-jakauma ja käytä edellisen tehtävän tulosta)
5. a) Luentodioissa s. 11 estimoititiin uuden lääkkeen markkinaosuutta. Priorijakauma oli  $Tas(0.05, 0.15)$ . BUGS-esimerkissä oletettiin, että 100 havainnon otoksessa 20 henkilöä sanoi käyttävänsä uutta lääkettä. Piirrä posteriorijakauman tiheysfunktion käyrä käyttäen R:ää tai jotain muuta ohjelmistoa.  
b) Luentodioissa s.15 estimoititiin rakkularuostesienen esiintyvyyttä metsässä. Kirjoita mallille BUGS-koodi ja määritä simuloimalla väli, jolla esiintyvyys 95% todennäköisyydellä on, kun havaintoaineisto on

17 9 10 8 13

Priorijakauman odotusarvoksi oletetaan 20.