

## Tilastollinen päättely I

9. harjoitukset, 12. vko 2012

- 9.1. Olkoon  $X_1, X_2, \dots, X_n$  otos tasajakaumasta  $\text{Tas}(0, \theta)$ . Silloin  $Y = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  on  $\theta$ :n suurimman uskottavuuden estimaattori. Saatiin otos 2.3, 1.9, 4.5, 3.8, 2.5. Muodosta  $\theta$ :lle muotoa  $[Y, aY]$ ,  $a > 1$  oleva 90%:n luottamusväli. (ks. Alaluku 12.1.1)
- 9.2. Valitaan jakaumasta  $N(\mu, \sigma^2)$  sellainen 15 alkion satunnaisotos, missä  $n = 15$ ,  $\sum_{i=1}^{15} x_i = 63$  ja  $\sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 338$ . Muodosta  $\sigma^2$ :lle 80%:n luottamusväli. (Ks. Esimerkki 12.5)
- 9.3. Olkoon  $X_1, X_2, \dots, X_n$  otos eksponenttijakaumasta, jonka tiheysfunktio on  $f(x; \theta) = (1/\theta) \exp(-x/\theta)$ ,  $\theta > 0, x > 0$ . Muodosta  $\theta$ :lle 95%:n luottamusväli, kun  $n = 20$  ja  $\bar{x} = 3.2$  (Voit käyttää tulosta, että  $(2/\theta) \sum_{i=1}^n X_i \sim \text{Khi2}(2n)$ .)
- 9.4. Lukukauden mittaiseen kunto-ohjelmaan osallistuvat 12 opiskelijaa punnitaan ohjelman alussa ja lopussa. Osallistujien loppupainot olivat 73.0 73.8 75.6 80.2 76.0 80.3 74.4 79.2 73.5 76.5 75.3 74.0 ja alkupainot 71.0 74.3 74.2 82.4 75.7 81.1 70.7 79.3 72.9 76.3 74.4 74.1. Muodosta  $t$ -jakaumaan perustuva 95%:n luottamusväli painon muutokselle (Riippuvat mittaukset, ks. alaluvun 12.2 loppu).
- 9.5. Testattiin 12:n henkilöauton (Tehot 290 – 390 hevosvoimaa) kiihtyvyys nollassa sataan ( $km/tunti$ ). Saatiin seuraavat tulokset

6.2 7.9 6.6 6.4 5.2 4.9 5.5 7.0 6.6 5.4 5.3 5.1

Määritä mediaanille muotoa  $(X_{(1)}, X_{(12)})$  oleva luottamusväli. Mikä on tämän välin luottamustaso (Ks. alaluku 12.5).

- 9.6. Oletetaan, että  $Y_i \sim N(\beta x_i, 1)$ ,  $i = 1, \dots, n$  ovat riippumattomat, missä  $x_1, \dots, x_n$  ovat annettuja koevakioita (Orion kautta kulkeva regressiosuora,  $x_1, \dots, x_n$  selittäjien arvot) ja  $\beta$  tuntematon parametri. Muodosta  $\beta$ :n 95%:n luottamusväli. (Ks. alaluku 12.6.1)
- 9.7. Eräessä tutkimuksessa 48% Suomalaisista kannatti tasaveroperiaatetta. Raportissa väitettiin, että estimaatin maksimivirhe on 3%. Olkoon  $\pi$  tasaveroperiaatetta kannattavien täysikäisten suomalaisten suhteellinen osuus.
- (a) Määritä  $\pi$ :lle 95%:n luottamusväli, kun otoskoko  $n = 800$ .
- (b) Jos estimaatin maksimivirhe todella oli 3% ja  $n = 800$ , niin mikä on luottamustaso.

(Ks. alaluku 12.4)

- 9.8. Makeistehdas valmistaa minttukaramelleja, joiden painoksi on tuoteselosteessa ilmoitettu 20.4 grammaa. Laadunvarmistus valitsee eräänä päivänä aamuvuorossa tuotetuista minttukaramelleista 16 alkion otoksen, josta laskettu karamellien painon keskiarvo on 21.95 ja hajonta 0.197. Iltavuorossa tuotetuista makeisista otetaan 13 karamellin otos, josta laskettu otoskeskiarvo on 21.88 ja hajonta 0.318. Laske 90%:n luottamusväli hajontojen suhteelle  $\sigma_1/\sigma_2$ , missä  $\sigma_1$  on aamupäivällä tuotettujen karamellien hajonta ja  $\sigma_2$  iltapäivällä tuotettujen karamellien hajonta. (Käytä hyväksi tietoa, että suure  $\frac{S_2^2/\sigma_2^2}{S_1^2/\sigma_1^2}$  noudattaa  $F$ -jakaumaa vapausastein 12, 15.  $S_1^2$  ja  $S_2^2$  ovat otosvariansseja).