

Tilastollinen päättely I

2. harjoitukset, to 26.1.2012 (4. vko)

Pinni ls. B3118 12:15-13:45

- 2.1. Olkoon X_1, X_2 otos jakaumasta, jonka tiheysfunktio on $f(x) = 3x^2, 0 < x < 1$. Olkoon $Y = \max\{X_1, X_2\}$ ja $V = X_1 + X_2$. Määritä
- (a) $P(Y < 3/4)$,
 - (b) $E(V)$ ja $\text{Var}(V)$.
- 2.2. Olkoon X_1, X_2, X_3 otos geometrisesta jakaumasta $\text{Geo}(3/4)$, jonka todennäköisyysfunktio on $f(x) = (3/4)(1/4)^{x-1}, x = 1, 2, \dots$
- (a) Laske $P(X_1 = 1, X_2 = 3, X_3 = 1)$.
 - (b) Määritä $P(X_1 + X_2 + X_3 = 5)$.
 - (c) Laske $P(Y \leq 2)$, kun $Y = \max\{X_1, X_2, X_3\}$.
- 2.3. Olkoon X_1, \dots, X_n otos eksponenttijakaumasta $\text{Exp}(\theta)$ (On gammajakauman erikoistapaus $\text{Gamma}(1, \theta)$, ks. alaluvut 6.6.1 ja 6.6.2), missä θ on tuntematon parametri. Olkoon $Y = X_1 + \dots + X_n$.
- (a) Määritä otoksen X_1, \dots, X_n yhteisjakauman tiheysfunktio.
 - (b) Määritä Y :n jakauma (Lause 9.5).
- 2.4. Jatkoa tehtävään 3.
- (a) Määritä vakion a arvo siten, että $E(aY) = \theta$.
 - (b) Laske todennäköisyys $P(9.59 < \frac{Y}{\theta} < 34.2)$, kun $n = 5$.
- 2.5. Heitetään nelitahoista ja kuusitahoista noppaa. Olkoon X nelitahoisien (silmäluvut 1, 2, 3 ja 4) ja Y kuusitahoisien (silmäluvut 1, 2, 3, 4, 5 ja 6) nopan tulos ja noppien tulokset ovat toisistaan riippumattomat. Määritellään silmälukujen summa $W = X + Y$.
- (a) Määritä W :n momenttifunktio.
 - (b) Mikä on W :n todennäköisyysfunktio?
- 2.6. Tarkastellaan riippumattomien satunnaismuuttujien X ja V summaa $Y = X + V$. Mitä jakaumaa Y noudattaa, jos
- (a) $X \sim \text{Bin}(3, 0.6)$ ja $V \sim \text{Bin}(9, 0.6)$?
 - (b) $X \sim \text{Bin}(2, 0.2)$ ja $V \sim \text{Bin}(2, 0.6)$?

- 2.7. Olkoot X_1 ja X_2 riippumattomia satunnaismuuttujia, joiden odotusarvot ovat μ_1 ja μ_2 sekä varianssit σ_1^2 ja σ_2^2 . Osoita, että tulon X_1X_2 odotusarvo on $\mu_1\mu_2$ ja varianssi $\sigma_1^2\sigma_2^2 + \mu_1^2\sigma_2^2 + \mu_2^2\sigma_1^2$ (Huomaa: Jos $X_1 \perp X_2$, niin $X_1^2 \perp X_2^2$).
- 2.8. Eräässä populaatiossa lasten lukumäärä Y perheessä noudattaa Poissonin jakaumaa $\text{Poi}(4)$. Mikä on lapsen sisarusten lukumäärä keskimäärin tässä populaatiossa?