

HARJOITUS 6 viikko 49

Ratkaisuja

1. Oletetaan, että  $H_0$  on tosi. Tällöin

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\bar{X} > 14 \text{ tai } \bar{X} < 10) = 1 - P(10 \leq \bar{X} \leq 14) = 1 - P\left(\frac{10-12}{5/\sqrt{25}} \leq \frac{\bar{X}-12}{5/\sqrt{25}} \leq \frac{14-12}{5/\sqrt{25}}\right) \\ &= 1 - (\Phi(2) - \Phi(-2)) = 1 - (2\Phi(2) - 1) = 1 - 0,9544 = 0,0456\end{aligned}$$

2.  $H_0 : \mu = 142$ ,  $H_1 : \mu > 142$ . Kun  $H_0$  on tosi, niin  $Z = \frac{\bar{X} - 142}{\sqrt{8}/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ .

$z_{\text{hav}} = \frac{143,5 - 142}{\sqrt{8}/16} = 2,12$ . Koska  $z_{\text{hav}} > 1,65 = z_{0,05}$ , niin  $H_0$  hylätään 5%:n riskitasolla tarkasteltuna ja  $H_1$  hyväksytään. Lisäksi  $p = P(Z \geq 2,12) = 1 - \Phi(2,12) = 1 - 0,9830 = 0,017$ .

3.  $H_0 : \mu = 60$ ,  $H_1 : \mu \neq 60$ . Kun  $H_0$  on tosi, niin  $Z = \frac{\bar{X} - 60}{15/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ . Saadaan

$z_{\text{hav}} = \frac{56 - 60}{15/\sqrt{100}} = -2,67 < z_{0,025} = -1,96$ , joten  $H_0$  hylätään 5%:n riskitasolla tarkasteltuna ja  $H_1$  hyväksytään. Nyt  $p/2 = P(Z \geq 2,67) = 1 - \Phi(2,67) = 1 - 0,9962 = 0,0038$  ja  $p = 0,0076$ .

4.  $H_0 : \mu = 1000$ ,  $H_1 : \mu \neq 1000$ . Kun  $H_0$  on tosi, niin  $t = \frac{\bar{X} - 1000}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$ .

Nyt  $t_{\text{hav}} = \frac{1002 - 1000}{3,4/\sqrt{20}} = 2,631$ . Taulukosta  $t_{0,025;19} = 2,093$ . Koska  $t_{\text{hav}} > t_{0,025;19}$ , niin  $H_0$  hylätään 5%:n riskitasolla tarkasteltuna. Taulukosta  $t_{0,01;19} = 2,539$ ,  $t_{0,005;19} = 2,861$  ja koska  $2,539 < t_{\text{hav}} < 2,861$ , niin  $0,005 < p/2 < 0,01$  ja pienin riskitaso, jolla  $H_0$  voidaan hylätä (kaksisuuntaisessa testissä) on  $0,01 < p < 0,02$ .

5.  $H_0 : \mu = 23$ ,  $H_1 : \mu \neq 23$ . Kun  $H_0$  on tosi, niin  $t = \frac{\bar{X} - 23}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$ .  $\bar{x} =$

$$200/10 = 20, s^2 = 204/9 = 22,67, t_{\text{hav}} = \frac{20 - 23}{\sqrt{22,67/10}} = -1,99, t_{0,025;9} = 2,262.$$

Koska  $|t_{hav}| < 2,262$ , niin  $H_0$  hyväksytään 5 %:n riskitasolla tarkasteltuna.  
Ei poikkeava.

6.

| One-Sample Statistics |    |       |   |                 |
|-----------------------|----|-------|---|-----------------|
|                       | N  | Mean  | Std. Deviation                                    | Std. Error Mean |
| leveys                | 10 | 20,00 | a) $\sqrt{22,67} = 4,76$ b) $4,76/\sqrt{10}=1,51$ |                 |

  

| One-Sample Test    |           |      |                 |                 |
|--------------------|-----------|------|-----------------|-----------------|
| Test Value = c) 23 |           |      |                 |                 |
|                    | t         | df   | Sig. (2-tailed) | Mean Difference |
| leveys             | d) -1,993 | e) 9 | f) >0,05        | -3,000          |

7.

Testisuureen arvo ei muutu.  
Tehdään muunnos  $Y = 0,1X$ , jolloin  $\bar{Y} = 0,1 \cdot \bar{X}$  ja  $s_Y = 0,1 \cdot s_X$ , joten

$$t = \frac{\bar{Y} - 2,3}{s_Y / \sqrt{n}} = \frac{0,1 \cdot \bar{X} - 0,1 \cdot 23}{0,1 \cdot s_X / \sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - 23}{s_X / \sqrt{n}}$$

8.

|             |     |     |    |     |     |     |    |     |    |     |
|-------------|-----|-----|----|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|
| Pala        | 1   | 2   | 3  | 4   | 5   | 6   | 7  | 8   | 9  | 10  |
| Menetelmä A | 63  | 109 | 82 | 156 | 161 | 155 | 47 | 141 | 92 | 149 |
| Menetelmä B | 129 | 105 | 76 | 207 | 253 | 146 | 62 | 160 | 90 | 177 |
| Erotus      | 66  | -4  | -6 | 51  | 92  | -9  | 15 | 19  | -2 | 28  |

Tarkastellaan erotusta.

$H_0 : \mu = 0$ ,  $H_1 : \mu \neq 0$ . Kun  $H_0$  on tosi, niin  $t = \frac{\bar{X} - 0}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$ .  $\bar{x} = 25$ ,  $s^2 = 10678/9$  (kaavasta 1.2, ks. harj. 5, teht. 5) ja  $s = 34,44$ ,

$$t_{hav} = \frac{25 - 0}{34,44/\sqrt{10}} = 2,30. t_{0,025;9} = 2,262. \text{ Koska } t_{hav} > 2,262, \text{ niin } H_0$$

hylätään 5%:n riskitasolla (kaksisuuntainen testi) tarkasteltuna, päätellään on eroja. Jos valitaan riskitasoksi 0,02, niin nollahypoteesi hyväksytään,

$$t_{0,01;9} = 2,821 > t_{hav}.$$

Siis  $0,02 < p < 0,05$  (SPSS-tuloksesta 0,047)

9. a) 34,44  
b)  $34,44/\sqrt{10} = 10,89$   
c) -2,30  
d) 9  
e)  $0,02 < p < 0,05$ , sivulta  
[http://onlinestatbook.com/2/calculators/t\\_dist.html](http://onlinestatbook.com/2/calculators/t_dist.html) 0,047.