

[MTTTP5] Tilastollisen päättelyn perusteet, syksy 2018

HARJOITUS 2 viikko 45

RYHMÄT:

ke	10.15–11.45	Is. C6	Leppälä
ke	12.15–13.45	Is. C6	Männikkö
to	08.30–10.00	Is. C6	Männikkö
to	12.15–13.45	Is. C8	Männikkö
to	14.15–15.45	Is. C8	Leppälä

Aiheet : Todennäköisyysjakaumat, odotusarvo, varianssi

1. Olkoon satunnaismuuttujan X todennäköisyysjakauma

$$P(X = k) = \begin{cases} ck, & k = 1, 2, 3, 4 \\ 0, & \text{muualla} \end{cases}$$

Määritä vakio c . Piirrä todennäköisyysjakauman kuvaaja. Laske $E(X)$ ja $Var(X)$.

2. Olkoon satunnaismuuttujan X tiheysfunktio

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{muualla} \end{cases}$$

Piirrä tiheysfunktion kuvaaja. Miksi $f(x)$ on tiheysfunktio? Määritä kertymäfunktio $F(x)$. Laske $F(0,5)$.

3. Olkoon satunnaismuuttujan X tiheysfunktio

$$f(x) = \begin{cases} cx, & 0 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{muualla} \end{cases}$$

Määritä vakio c ja piirrä tiheysfunktion kuvaaja. Määritä kertymäfunktio $F(x)$. Laske lisäksi $P(X \leq 1)$, $P(X \geq 2)$ ja $P(3 \leq X \leq 4)$.

4. Opiskelijat Anne, Liisa, Matti, Pekka ja Eero ovat voittaneet erään tietokilpailun saaden samat pisteet. Palkintoja on kuitenkin varattu vai kaksi, jotka päätettiin arpoa. Määritellään satunnaismuuttuja Y = palkinnon saaneiden naisten lukumäärä. Määritä Y :n todennäköisyysjakauma ja odotusarvo.

5. Tilastotieteilijä antaa lapselleen viikkorahan kolmen kolikon heiton perusteella. Jokaisesta klaavasta lapsi saa 100 senttiä. Laske lapsen viikkorahan odotusarvo. Minkä suuruisen viikkorahan lapsi todennäköisemmin saa? Millä todennäköisyydellä hän ei saa yhtään viikkorahaa? Kuinka paljon lapsi voi odottaa viikkorahaa kertyvän vuoden aikana?

6. Puhelinmyyjä arvelee kokemuksensa perusteella, että hän saa tuotteen myydyksi todennäköisyydellä 0,30. Eräänä päivänä työt aloittaessaan myyjä päättää pitää kahvitauon sen jälkeen, kun on saanut ensimmäisen kerran tuotteen myydyksi. Oletetaan, että yhteydenottojen tulokset ovat toisistaan riippumattomia ja yhteen yhteydenottoon kuluu aikaa 10 minuuttia. Laske todennäköisyys, että myyjä joutuu odottamaan kahvitaukoa yli tunnin.
7. Yritys ottaa tehtäväkseen erään projektin. Aiempien kokemusten perusteella yritys voi arvioida projektiin kuluvaan aikaan X (päivinä). Yritys oletetaan, että $P(X = 11) = 0,4$, $P(X = 10) = P(X = 12) = 0,2$ ja $P(X = 13) = P(X = 14) = 0,1$. Projektin tuotto euroina on $2000(12-X)$. Laske tuoton odotusarvo ja varianssi. Millä todennäköisyydellä projekti on tappiollinen?
8. Kokeessa vastataan valitsemalla väittämistä oikea vaihtoehto. Kokeessa on 20 tehtävää, joissa jokaisessa on 3 vaihtoehtoa, joista yksi on oikein. Oikeasta vastauksesta vastaaja saa 2 pistettä ja väärästä -3 pistettä. Arvaaja vastaa täysin satunnaisesti jokaiseen kysymykseen. Mikä on arvaajan saaman pistemäärän odotusarvo? Entä varianssi? Jos tenttiin osallistuisi 100 opiskelijaa ja kaikki arvaisivat vastauksen jokaiseen kysymykseen, niin mitä lukua lähellä olisi tenttipistemäärän keskiarvo?