[MTTTP5] Tilastollisen päättelyn perusteet, syksy 2018

HARJOITUS 1 viikko 44

Ratkaisuja

1.
a) Olkoon A = {asiakas käyttää sinappia}, B = {asiakas käyttää ketsuppia}. Nyt P(A) = 0,75, P(B)= 0,80, P(A$\cap$B) = 0,65. Kysytty todennäköisyys on P(A$\cup$B) = P(A) + P(B) - P(A$\cap$B) = 0,75 + 0,8 – 0,65 = 0,9.

b) Olkoon $A_1$ = {1. tietokoe toimii takuuajan}, $A_2$= {2. tietokoe toimii takuuajan}, ... ,

$A_{10}$ = {10. tietokoe toimii takuuajan}. $P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{10}) = P(A_1)\, P(A_2) \ldots P(A_{10}) =$
$0{,}90^{10} \approx 0{,}35$.

2. Erilaisia merkkiyhdistelmiä 2 + 2·2 + 2·2·2 + 2·2·2·2 = 30, joten
P(valittu muodostuu neljästä merkistä) = 2·2·2·2 / 30 = 16 / 30.
29 kirjaimen esittämiseen korkeitaan 4 merkkiä riittää. Jotta saadaan myös numerot esitettyä, niin tarvitaan lisäksi viidestä merkistä muodostuvia jonoja (joita yhteensä 32 erilaista).

3. Kaikki oikein $(1/3)^{13}$, kaikki väärin $(2/3)^{13}$. Vastausvaihtoehtoja, joissa 12 oikein
$\binom{13}{12} \cdot 2^1 = \frac{13!}{12!(13-12)!} \cdot 2 = 26$. Vastausvaihtoehtoja, joissa 11 oikein
$\binom{13}{11} \cdot 2^{13-11} = \frac{13!}{11!(13-11)!} \cdot 2^2 = 312$. Vastausvaihtoehtoja, joissa 13, 12 tai 11 oikein
1+26+312=339.

4. Lotossa arvotaan 40 pallosta 7. Voidaan tehdä 8, 9, 10 ja 11 rastin rivejä. Tällöin 8 rastin rivistä muodostuu $\binom{8}{7} = \frac{8!}{7!(8-7)!}$= 8 erilaista riviä, 9 rastin rivistä muodostuu $\binom{9}{7}$= 36 erilaista riviä, 10 rastin rivistä muodostuu $\binom{10}{7}$= 120 erilaista riviä, 11 rastin rivistä muodostuu $\binom{11}{7}$= 330 erilaista riviä. Systeemin hinnaksi muodostuu rivien lukumäärä kerrottuna rivihinnalla, saadaan 8 e, 36 e, 120 e, 330 e.

5. Nyt erilaisia lottorivejä on $\binom{40}{7} = 18643560$, ennen 27.11.2016 niitä oli
$\binom{39}{7} = 15380937$, joten nyt 3 262 623 riviä enemmän.

6. Vuonna 2014 erilaisia lottorivejä oli $\binom{39}{7} = 15380937$, erilaisia Eurojackpot-rivejä $\binom{50}{5}\binom{8}{2} = 59325280$. Todennäköisyys saada lotossa kaikki oikein on $1/\binom{39}{7}$ ja todennäköisyys saada Eurojackpotissa kaikki oikein on $1/\binom{50}{5}\binom{8}{2}$. Todennäköisyys saada molemmissa peleissä kaikki oikein on näiden tulo eli $1/\binom{39}{7}\binom{50}{5}\binom{8}{2}$.

Nämä binomikertoimet voi halutessaan laskea jollain apuvälineellä, esim. nettilaskurilla http://www.danielsoper.com/statcalc3/calc.aspx?id=72

7. P(lapsi saa k euroa viikkorahaa)

= P(ensimmäinen ykkönen saadaan k. kerralla)

= P(1. ei ykkönen, 2. ei ykkönen, ..., (k - 1). ei ykkönen, k. on ykkönen)

= P(1. ei ykkönen)P(2. ei ykkönen) ...P((k -1). ei ykkönen) P(k. on ykkönen)

= $\left(\frac{5}{6}\right)\cdots\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}\left(\frac{1}{6}\right)$.

P(viikkorahaa enemmän kuin 3 euroa) = 1 - P(viikkorahaa 1 tai 2 tai 3 euroa)
= 1 - P(saadaan ykkönen 1. heitolla tai saadaan ykkönen vasta 2. heitolla tai saadaan ykkönen vasta kolmannella heitolla) =1- $\left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{125}{216} \approx 0{,}5787$

8. Erään 100 nopanheittosarjan tulokset

**Statistics**

viikkoraha

| | | |
|---|---|---|
| N | Valid | 100 |
| | Missing | 0 |
| Mean | | 5,6500 |

**viikkoraha**

| | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
|---|---|---|---|---|---|
| Valid | 1,00 | 19 | 19,0 | 19,0 | 19,0 |
| | 2,00 | 13 | 13,0 | 13,0 | 32,0 |
| | 3,00 | 12 | 12,0 | 12,0 | 44,0 |
| | 4,00 | 8 | 8,0 | 8,0 | 52,0 |
| | 5,00 | 3 | 3,0 | 3,0 | 55,0 |
| | 6,00 | 7 | 7,0 | 7,0 | 62,0 |
| | 7,00 | 7 | 7,0 | 7,0 | 69,0 |
| | 8,00 | 4 | 4,0 | 4,0 | 73,0 |
| | 9,00 | 8 | 8,0 | 8,0 | 81,0 |
| | 10,00 | 6 | 6,0 | 6,0 | 87,0 |
| | 11,00 | 4 | 4,0 | 4,0 | 91,0 |
| | 12,00 | 2 | 2,0 | 2,0 | 93,0 |
| | 13,00 | 2 | 2,0 | 2,0 | 95,0 |
| | 14,00 | 1 | 1,0 | 1,0 | 96,0 |
| | 15,00 | 2 | 2,0 | 2,0 | 98,0 |
| | 20,00 | 1 | 1,0 | 1,0 | 99,0 |
| | 24,00 | 1 | 1,0 | 1,0 | 100,0 |
| | Total | 100 | 100,0 | 100,0 | |

Ykkönen saatiin 1. heitolla 19 kertaa, vasta 2. heitolla13 kertaa ja vasta 3. heitolla 12 kertaa. Arvio kysytylle todennäköisyydelle on siis 1-44 / 100 =0,56. Keskimäärin heittokertoja 5,65 (teoreettinen geometrisen jakauman odotusarvona 1 / (1 / 6) = 6).