[MTTTP1] TILASTOTIETEEN JOHDANTOKURSSI, Kevät 2019
https://coursepages.uta.fi/mtttp1/kevat-2019/

HARJOITUS 4 viikko 14

Ratkaisuja

1.

| Otokset | Max |
|---|---|
| 1 2 | 2 |
| 1 3 | 3 |
| 1 4 | 4 |
| 1 5 | 5 |
| 1 6 | 6 |
| 2 3 | 3 |
| 2 4 | 4 |
| 2 5 | 5 |
| 2 6 | 6 |
| 3 4 | 4 |
| 3 5 | 5 |
| 3 6 | 6 |
| 4 5 | 5 |
| 4 6 | 6 |
| 5 6 | 6 |

P(Max = 2) =1 / 15, P(Max = 3) = 2 / 15
P(Max = 4) =3 / 15, P(Max = 5) = 4 / 15
P(Max = 6) =5 / 15

Tässä siis tarkasteltiin satunnaismuuttujaa otosmaksimi (Max) ja määritettiin sen todennäköisyysjakauma ja laskettiin otosmaksimin pistetodennäköisyydet siis tiheysfunktion arvot.

P(Max $\leq$ 4) = P(Max = 2 tai Max = 3 tai Max = 4) = (1+2+3)/15, P(Max $\leq$ 5) =(1+2+3+4)/15, nämä ovat otosmaksimin kertymäfunktion F arvoja, siis F(4) ja F(5).

2. Tiheysfunktion kuvaaja on x-akselin suuntainen suora y = 1 / a (välillä $0 \leq x \leq a$). Suoran ja x-akselin väliin jäävä pinta-ala on 1. F(x) = P(X $\leq$ x) on suorakulmion pinta-alana = x/a. Tässä siis tarkasteltiin X:n kertymäfunktiota F(x).

3. a) P(Z≤1,6449) = 0,95, P(Z ≤ -1,6449) = 0,05, P(Z≥3,0902) = 0,001, $z_{0,05}$ = 1,6449, koska P(Z>1,6449) = 0,05, $z_{0,01}$ = 2,3264, koska P(Z>2,3264) = 0.01.

b) P($t_{30} \geq$ 2,75) = 0,005, P($t_{60} \leq$ -2,00) = 0,025, $t_{0,01;40}$ = 2,423, $t_{0,05;65} \approx$ 1,671, $t_{0,005;98}$ ≈2,617.

4. Prosenttiosuuden luottamusväli $p \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(100-p)}{n}}$. Muodostetaan 95 %:n luottamusväli ($\alpha$ = 0,05, $\alpha/2$ = 0,05 / 2 = 0,025, $z_{0,025}$= 1,96), saadaan 11,75 ± $1{,}96\sqrt{\frac{11.75(100-11.75)}{400}}$ = 11,75 ± 3,16 eli (8,59, 14,91). Koska 10 % kuuluu tälle välille, voit uskoa ystäväsi väitteen.

5. 100(1-$\alpha$) %:n luottamusväli odotusarvolle, kun jakauman varianssi on tuntematon, on $\overline{X} \pm t_{\alpha/2;n-1} s/\sqrt{n}$. Tässä $t_{0,05/2;25-1} = t_{0,025;24} = 2{,}064$, $\overline{x} = 335$ ja s = 10, joten 95 %:n luottamusväli $335 \pm 2{,}064 \cdot 10/\sqrt{25}$ eli $335 \pm 4{,}128$, joka ei sisällä valmistajan väitettä 340. Ei uskota valmistajan väitettä.

6. Kuten tehtävä 5. Tässä $t_{0,05/2;5-1} = t_{0,025;4} = 2{,}776$, $\overline{x} = 8$ ja s = 1,58, joten 95 %:n luottamusväli $8 \pm 2{,}776 \cdot 1{,}58/\sqrt{5}$ eli $8 \pm 2$, joka sisältää valmistajan väitteen 9,5. On siis perusteltua uskoa valmistajan väite.

7. 100(1-$\alpha$) %:n luottamusväli odotusarvolle (naisten lepopulssin keskiarvolle populaatiossa), kun jakauman varianssi on tuntematon, on $\overline{X} \pm t_{\alpha/2;n-1} s/\sqrt{n}$. Tässä $\overline{x}$ = 77,5556 ja luottamusvälin yläraja 80,8741. Yläraja - $\overline{x}$ = 80,8741- 77,5556 = 3,3185. Alaraja on siten 77,5556 - 3,3185 = 74,2371 (luku kohtaan a). Voi laskea luottamusvälin kaavankin avulla. Tällöin on aluksi laskettava s. Nyt $t_{0,05/2;36-1} \approx 2{,}021$ ja $t_{\alpha/2;n-1} s/\sqrt{n} = 2{,}021 \cdot s/\sqrt{36} = 3{,}3185$, josta s = 9,852 (luku kohtaa b). 95 %:n luottamusvälin alaraja 77,5556 – $2{,}021 \cdot 9{,}852/\sqrt{36}$ = 74,2371. Naisten lepopulssin keskiarvon (populaatiossa) arvellaan olevan välillä 74,3 – 80,9.

8. Tuloksista löytyy 95 %:n luottamusväli odotusarvojen erotukselle (kun populaatioiden varianssit oletetaan yhtä suuriksi, mutta tuntemattomiksi). Kohdasta 95 % Confidence Interval of the Difference saadaan luottamusväli (0,73023, 7,26977). Koska nolla ei kuulu luottamusvälille, voidaan sanoa, että poissaolopäivien lukumäärät eivät ole keskimäärin samoja vaan yötyöläiset ovat poissa keskimäärin 0,7 – 7,3 päivää enemmän. Vrt. luentomoniste esim. 7.6.10 ja 7.6.11.