

Matemaattinen tilastotiede

3. harjoitukset, 39. viikko 2007

- 3.1. Olkoon $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8\}$ ja $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ ja $B = \{\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ Ω :n tapahtumia. Olkoon I_A tapahtuman A ja I_B tapahtuman B indikaattorifunktio (moniste, Määritelmä 2.3). Osoita laskemalla, että
- (a) $I_{A^c} = 1 - I_A$.
 - (b) $I_{A \cap B} = I_A I_B$.
 - (c) $I_{A \cup B} = 1 - (1 - I_A)(1 - I_B)$.
- 3.2. Tarkastellaan kolmilapsisia perheitä ja olkoon satunnaismuuttaja X tyttöjen lukumäärä perheessä. Määritä
- (a) otosavaruus Ω ja X :n arvojoukko S_X ja
 - (b) X :n todennäköisyysfunktio, sekä kertymäfunktion
 - (c) F_X arvo pisteessä 2 ja todennäköisyys $P(X > 2)$.
- 3.3. Tarkastellaan todennäköisyysfunktioita $f_X(x) = (\frac{1}{2})^{x+1}$, $x = 0, 1, 2, \dots$, missä satunnaismuuttaja X on tuotteen menekki annettuna päivänä.
- (a) Todenna, että $f_X(x)$ todella on todennäköisyysfunktio (Alaluku 2.5.3).
 - (b) Laske todennäköisyys, että menekki on enemmän kuin 3 kappaletta.
- 3.4. Olkoon 100:n henkilön populaatiossa yhtä paljon miehiä ja naisia. Tehdään populaatiosta 10 hengen otos palauttamatta. Mikä on todennäköisyys, että otoksessa on ainakin 5 naista. (ks. Alaluku 2.6.1)
- 3.5. Valitaan kirjaimista $\{a, o, t\}$ satunnaisesti palauttaen 5 kirjainta. Mikä on todennäköisyys, että saadaan sana
- (a) 1) *aatto*, 2) *ottaa*, 3) *totta*?
 - (b) Olkoon X kirjaimen a esiintymiskertojen lukumäärä sanassa. Määritä X :n todennäköisyysfunktio.
- 3.6. Olkoon 100:n henkilön populaatiossa yhtä paljon miehiä ja naisia. Tehdään populaatiosta 10 hengen otos palauttaen.
- (a) Mikä on todennäköisyys, että otoksessa on ainakin 5 naista?
 - (b) Olkoon populaatiossa 400 miestä ja 600 naista. Tehdään 100:n otos palautten ja palauttamatta. Laske todennäköisyydet, että saadaan ainakin 40 ja korkeintaan 49 miestä. (Alaluku 2.8))

- 3.7. Hatussa on 20 juoksevasti 1:stä 20:een numeroitua arpalippua, joista valitaan satunnaisesti 5. Olkoon X suurin valittu numero, kun arvat valitaan palauttaen.
- (a) Määritä X :n kertymäfunktio ja todennäköisyysfunktio.
 - (b) Mikä on X :n todennäköisyysfunktio, jos hatussa on n arpa ja hatusta valitaan r palauttaen?
- 3.8. Hatussa on 20 juoksevasti 1:stä 20:een numeroitua arpalippua, mutta nyt valitaan satunnaisesti 5 arpa palauttamatta. Olkoon Y otoksen suurin numero. Määritä Y :n kertymäfunktio ja todennäköisyysfunktio.