TILTA1 Matemaattinen tilastotiede
2. harjoitukset, 38. viikko 2007
Vastauksia

Huom. merkintä (a nCr b) tarkoittaa ”a yli b:n” eli (a nCr b) = (a!) / (b!(a–b)!) = $a^{(b)}$ / (b!)

2.1 (a) $B = A_1^C \cap A_2^C \cap A_3^C$
(b) $C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$
(c) $D = (A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C) \cup (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C) \cup (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3) =$
$(A_1 \cap A_2^C \cap A_3^C) + (A_1^C \cap A_2 \cap A_3^C) + (A_1^C \cap A_2^C \cap A_3)$

2.2 (a) P(”täyskäsi”) = [13·(4 nCr 3)·12·(4 nCr 2)] / (52 nCr 5) = 3744 / 2598960 ≈ 0.001441
(b) Tarkastellaan ensin värisuorien muodostumista. Huomioitavaa on, että nyt ässä = 1 ja 14, eli yhden maan tapauksessa vaihtoehdoista A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K A voi muodostua 10 erilaista värisuoraa (esimerkiksi A 2 3 4 5 tai 10 J Q K A). Kaikista neljästä maasta erilaisia värisuoria voi muodostua 4·10 = 40. Nämä värisuorat pitää vähentää kaikista sellaisista tapauksista, joissa saadaan 5 samaa maata olevaa korttia.
Siis P(”väri”) = [4·(13 nCr 5) – 40] / (52 nCr 5) = 5108 / 2598960 ≈ 0.001965

2.3 $2 \cdot (5!)^2 = 28800$. Huom! Kyseessä on järjestys toisiinsa nähden.

2.4 Ratkaisut tässä perustuvat ajatukseen ”suotuisat per kaikki”. Neljän osajoukkoja 12:sta voidaan muodostaa yhteensä (12 nCr 4).
(a) P(”neljä ensimmäistä positiivisia”) = 1/(12 nCr 4) = 1/495 ≈ 0.0020
(b) P(”neljässä ensimmäisessä kolme positiivista ja yksi negatiivinen”)
= [(4 nCr 3)(8 nCr 1)]/(12 nCr 4) = 32/495 ≈ 0.0646

2.5 Kaikki mahdollisuudet = (9!)/(3!3!3!) = 1680
(a) P(”jokaiselle riville kaikki kolme lajiketta”) = $(3!)^3$/1680 = 216/1680 = 9/70 ≈ 0.1286
(b) P(”latinalainen neliö”) = (3!2!)/1680 = 12/1680 = 1/140 ≈ 0.0071

2.6 1000:sta saadaan 100:n eriä 10 kpl
(a) merk. r = 10, k = 4, ja saadaan (13 nCr 3) = 286
(b) Voidaan ajatella, että mukana on uusi sijoituskohde. Merk. r = 10, k = 5, ja saadaan (14 nCr 4) = 1001

2.7 Tiedetään, että $B = A + (B–A)$, koska $A \subset B$. Siis $P(B) = P(A + (B–A))$. Nyt $A \cap (B–A) = \emptyset$, joten Määritelmän 2.1 aksiooman (*ii*) nojalla $P(B) = P(A) + P(B–A)$. Aksiooman (*i*) nojalla $P(B–A) \geq 0$, joten $P(B) \geq P(A)$. □

2.8 (a) $(A \cap B) \cup (A \cap B^C) =^* A \cap (B \cup B^C) = A \cap \Omega = A$. □ *)osittelulaki
(b) $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^C) = (A \cap B) + (A \cap B^C)$, koska $(A \cap B) \cap (A \cap B^C) = \emptyset$.
Siis $P(A) = P[(A \cap B) \cup (A \cap B^C)] = P[(A \cap B) + (A \cap B^C)]$. Määritelmän 2.1 aksiooman (*ii*) mukaan $P[(A \cap B) + (A \cap B^C)] = P(A \cap B) + P(A \cap B^C)$. Siis $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^C)$. □