

## Matemaattinen tilastotiede

2. harjoitukset, 38. viikko 2007

- 2.1. Olkoot  $A_1, A_2, A_3$  otosavaruuden  $\Omega$  tapahtumia. Esitä joukko-opin operaatioiden avulla seuraavat tapahtumat ( $\Omega$ :n osajoukot):
- (a)  $B =$  ”mikään tapahtumista  $A_1, A_2, A_3$  ei satu”,
  - (b)  $C =$  ”ainakin yksi tapahtumista  $A_1, A_2, A_3$  sattuu”,
  - (c)  $D =$  ”täsmälleen yksi tapahtumista  $A_1, A_2, A_3$  sattuu”.
- 2.2. Pokerikädessä on 5 korttia, jotka on jaettu satunnaisesti 52:n kortin normaalipakasta. Laske todennäköisyys, että saadaan
- (a) täyskäsi (3 samaa numeroa ja 2 jotain toista, ts. kolmoset ja pari)
  - (b) väri (kaikki samaa maata, mutta ei värisuora eli peräkkäiset numerot)
- 2.3. Pyöreän pöydän ääreen asettuu istumaan 5 miestä, 5 naista ja koira. Kuinka monella eri tavalla seurue voi asettua istumaan siten, ettei yksikään mies istu miehen vieressä eikä yksikään nainen naisen vieressä?
- 2.4. Kahdestatoista verinäytteestä 4 oli positiivisia ja 8 negatiivisia. Sekaannuksen takia näytteet unohtuivat merkitsemättä, joten ne oli analysoitava uudestaan yksitellen (satunnaisessa järjestyksessä).
- (a) Millä todennäköisyydellä tarvitaan vain 4 analyysia (4 ensimmäistä positiivisia)?
  - (b) Millä todennäköisyydellä nejässä ensimmäisessä analyysissä saadaan 3 positiivista ja 1 negatiivinen?
- 2.5. Viljelykokeessa neliönmuotoinen pelto on jaettu yhdeksään osaneliöön (koeruutuun), jotka muodostavat kolme riviä ja kolme saraketta. Verataan kolmen vehnälajikkeen  $A, B$  ja  $C$  satoisuutta viljelemällä jokaista täsmälleen kolmessa satunnaisesti valitussa koeruudussa. Laske todennäköisyys (suotuisat/kaikki, moniste s. 22), että
- (a) jokaiselle riville osuvat kaikki kolme lajiketta.
  - (b) jokaisella rivillä ja jokaisella sarakkeella osuvat kaikki kolme lajiketta. (Tällaista koejärjestelyä kutsutaan latinalaiseksi neliöksi).
- 2.6. (a) Investoit 1000 euroa 4:ään mahdolliseen kohteeseen. Jokaisen sijoituksen tulee olla 100:n euron monikerta. Monellako tapaa voit investoida summan, jos koko summa on sijoitettava?

(b) Montako sijoitustapaa on silloin, jos koko summaa ei tarvitse investoida?

(Vihje: Katso alaluku 2.4.4 ja erityisesti (2.4.2):n ratkaisut.)

2.7. Olkoot  $A$  ja  $B$  sellaisia äärellisen otosavaruuden  $\Omega$ :n tapahtumia, että  $A \subset B$ . Oleta Määritelmän 2.1. (Alaluku 2.3) mukaiset aksioomat (i) – (iii) ja osoita, että  $P(A) \leq P(B)$ .

2.8. Olkoot  $A \subset \Omega$  ja  $B \subset \Omega$  otosavaruuden  $\Omega$  tapahtumia.

(a) Osoita, että  $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$ .

(b) Oleta Määritelmän 2.1. (Alaluku 2.3) mukaiset aksioomat (i) – (iii). Osoita edellisen kohdan nojalla, että

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$