

TILTA1 Matemaattinen tilastotiede

1. harjoitukset, 37. viikko 2007

Vastauksia

1.1 (a) Alkeistapahtuma on autojen laskenta, laskennan tulos on autojen lukumäärä tunnissa.

Otosavaruus on kaikkien mahdollisten tulosten joukko, $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

(b) Esim. $A = \{0\}$ 'ei yhtään ajoneuvoa' ja $B = \{10, 11, 12, \dots\}$ 'ainakin 10 ajoneuvoa'.

1.2 (a) $A_2 \equiv$ 'täsmälleen kaksi läpäisee' \equiv 'täsmälleen yksi ei läpäisee'. $A_3 \equiv$ 'täsmälleen kolme läpäisee'. Siis $A_2 = E_1^C \cap E_2 \cap E_3 + E_1 \cap E_2^C \cap E_3 + E_1 \cap E_2 \cap E_3^C$ ja $A_3 = E_1 \cap E_2 \cap E_3$.

(b) $B_2 \equiv$ 'ainakin kaksi läpäisee' \equiv 'kaksi läpäisee' tai 'kolme läpäisee'. Siis $B_2 = A_2 + A_3$.

1.3 (a) Yksi kirjeiden järjestys on alkeistapahtuma. Otosavaruudessa on yhteensä $4! = 24$ alkeistapahtumaa. Oletetaan, että kuoret ovat järjestyksessä X Y Z W.

$\Omega = \{$ XYZW, YXZW, ZXYW, WXYZ,
XYWZ, YXWZ, ZXWY, WXZY,
XZYZ, YZWX, ZYXW, WYXZ,
XZWY, YZWX, ZYWX, WYZX,
XWYZ, YWXZ, ZWXY, WZXY,
XWZY, YWZX, ZWYX, WZYX $\}$

(b) A:ssa 6 alkeistapahtumaa: {XYZW, XYWZ, XZYZ, XZWY, XWYZ, XWZY}.

B:ssä on 9 alkeistapahtumaa: {YXWZ, YZWX, YWXZ, ZXWY, ZWXY, ZWYX, WXYZ, WZXY, WZYX}. D = \emptyset .

(c) $P(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$, $P(D) = 0$.

1.4 (a) $|\Omega| = 20$. Merkitään joukkueita A ja B. $\Omega = \{AAA, AABA, AABBA, AABBB, ABBA, ABAA, ABABA, ABABB, ABBAB, ABBAA, BBB, BBAB, BBAAB, BBAAA, BABB, BABAA, BABAB, BAAA, BAABA, BAABB\}$. A voittaa 10 tavalla, B voittaa 10 tavalla.

(b) Kolmen pelin mittaisia sarjoja on yhteensä kahdeksan, joista kaksi päättyy. Siis $P(\text{'sarja päättyy kolmen pelin jälkeen'}) = \frac{1}{4}$. (huom. erimittaisilla sarjoilla eri $tn:t!$)

1.5 (a) Alkeistapahtumia $5^2 = 25$. Merkitään henkilöiden 1 ja 2 poistumispaikkoja parina (i,j). Silloin $\Omega = \{(i,j) \mid i=1,2,3,4,5, j=1,2,3,4,5\}$.

(b) $P(A) = \frac{16}{25}$, $P(B) = \frac{9}{25}$, $P(C) = \frac{4}{5}$.

(c) $|\Omega| = n^2$, $P(A) = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$.

1.6 (a) $F_{20}(15.3) = \frac{1}{20} |\{i : 1 \leq i \leq 20, x_i \leq 15.3\}| = \frac{7}{20} = 0.35$.

(b) $P_{20}(18.5, 20.5) = F_{20}(20.5) - F_{20}(18.5) = \frac{1}{20} (9-8) = 0.05$.

(c) pylvään korkeus $\frac{P_{20}(18.5, 20.5)}{20.5 - 18.5} = \frac{1/20}{2} = \frac{1}{40} = 0.025$.

Tehtävän 1.6 ratkaisu R-ohjelmalla:

```
x <- c(18, 12, 14, 11, 24, 14, 24, 22, 24, 10, 8, 19, 21, 22, 24, 24, 24, 6, 24, 21)
Fn <- ecdf(x)
# (a)
Fn(15.3)
[1] 0.35
# (b)
Fn(20.5) - Fn(18.5)
[1] 0.05
# (c)
(Fn(20.5) - Fn(18.5)) / (20.5 - 18.5)
[1] 0.025
```