

Matemaattinen tilastotiede

11. harjoitukset, 48. vko 2007

11.1. Määritä satunnaismuuttujan $Y = X^2$ jakauma, kun $X \sim N(0, 4)$.

11.2. Olkoon satunnaismuuttujan X tiheysfunktio $f(x) = x^2/9, 0 < x < 3$, ja 0 muualla. Määritä satunnaismuuttujan $Y = X^3$ tiheysfunktio.

11.3. Olkoon satunnaismuuttujan X kertymäfunktio (vrt. esimerkit 5.6 ja 5.7)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x+1}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x. \end{cases}$$

(a) Piirrä X :n kertymäfunktion kuvaaja.

(b) Laske $P(-3 < X \leq 1/2)$ ja $P(X = 0)$.

11.4. Oletetaan, että $X \sim \text{Tas}(0, 1)$. Mikä on satunnaismuuttujan $Y = -2 \log X$ tiheysfunktio?

11.5. Oletetaan, että $X \sim \text{Gamma}(3, 2)$. Määritä satunnaismuuttujan $Y = \sqrt{X}$ tiheysfunktio.

11.6. Olkoon $X \sim \text{Tas}(-1, 1)$ ja $Y = X^r$, missä $r \geq 1$ on positiivinen kokonaisluku. Johda Y :n tiheysfunktio, kun (a) r on pariton, (b) r on parillinen.

11.7. Satunnaismuuttujan X momenttifunktio on $M(t) = (1 - 2t)^{-12}$.

(a) Laske $E(X)$ ja $\text{Var}(X)$.

(b) Laske todennäköisyys $P(15.66 < X < 42.98)$.

(c) Määritä a ja b siten, että $P(X < a) = 0.025$ ja $P(a < X < b) = 0.95$

11.8. Olkoon satunnaismuuttujan X momenttifunktio $M(t) = \exp(166t + 200t^2)$.

(a) Määritä $E(X)$ ja $\text{Var}(X)$.

(b) Laske $P(170 < X \leq 200)$ ja $P(148 \leq X \leq 172)$.