

## Matemaattisen tilastotieteen perusteet

5. harjoitukset, 48. viikko 2011

- 5.1. Satunnaismuuttuja  $Z$  noudattaa normaali-jakaumaa  $N(0, 1)$ . Määritä satunnaismuuttuja  $Y = e^Z$  tiheysfunktio ( $Y$  noudattaa log-normaalista jakaumaa).
- 5.2. Satunnaismuuttuja  $X$  noudattaa tasajakaumaa  $Tas(0, 1)$ . Johda satunnaismuuttujan  $Y = 2X - 1$  kertymäfunktio ja tiheysfunktio
- 5.3. Satunnaismuuttuja  $X$  noudattaa logistista jakaumaa (ks. Esimerkki 6.1). Johda satunnaismuuttujan  $Y = 1/(1 + e^{-X})$  tiheysfunktio.
- 5.4. Satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 1/4, & -2 < x < 2 \\ 0 & \text{muualla.} \end{cases}$$

Määritä satunnaismuuttujien (a)  $Y = X^3$  ja (b)  $Z = X^4$  tiheysfunktiot.

- 5.5. Eräässä populaatiossa naisten rinnan ympäryys  $X$  noudattaa normaali-jakaumaa  $N(100, 14^2)$ . Naisten asujen mittataulukon (<http://www.kaalimato.com/common/kokotaulukot/naiset.html>) mukaan kokoluokka M (38 – 40) on 90 – 97. Laske  $P(89.5 < X < 97.5)$ . Mikä on todennäköisyys, että kahdestakymmenestä satunnaisesti valitusta naisesta 5 kuuluu luokkaan M.
- 5.6. Jos  $X \sim N(7, 4)$ , laske  $P(15.364 \leq (X - 7)^2 \leq 20.096)$ .
- 5.7. Oletetaan, että  $X$  noudattaa  $\chi^2$ -jakaumaa vapausastein 23 (Alaluku 6.6.2, R:ssä funktio `chisq`, tn-funktiot R:ssä ks. R-helpistä `Manuals/An Introduction to R`).
  - (a) Laske  $P(14.85 < X < 32.01)$ .
  - (b) Määritä  $a$  ja  $b$  siten, että  $P(a < X < b) = 0.95$  ja  $P(a < X) = 0.025$ .
  - (c) Laske  $E(\sqrt{X})$  (Katso Lause 6.6).
- 5.8. Satunnaismuuttujan  $X$  momenttifunktio on  $M(t) = (1 - 2t)^{-12}$  (Alaluvut 6.6.1-6.6.2).
  - (a) Laske  $E(X)$  ja  $\text{Var}(X)$ .
  - (b) Laske  $P(15.66 < X < 42.98)$ .