

## Matemaattinen tilastotiede

8. harjoitukset, 45. vko 2004

- 8.1. Testataan kymmenen suojakypärän iskukestävyys. Kypärät jaetaan kahteen viiden ryhmään. Ensimmäisen ryhmän kypärille annetaan isku, joka särkee kypärän todennäköisyydellä 0.1. Toisen ryhmän kypäriä isketään voimalla, joka särkee kypärän todennäköisyydellä 0.3. Millä todennäköisyydellä ensimmäisen ryhmän kypäriä rikkoontuu enemmän kuin toisen ryhmän kypäriä?
- 8.2. Oletetaan, että satunnaismuuttujat  $X_1, X_2, X_3$  noudattavat multinomijakaumaa  $\text{Mult}(5; 0.1, 0.3, 0.6)$  [Toisin sanoen  $(X_1, X_2) \sim \text{Tri}(5; 0.1, 0.3)$ ].
- Määritä  $X_1$ :n reunajakauma ja  $X_2$ :n
  - ehdollinen todennäköisyysfunktio  $f_2(x_2|x_1 = 1)$ .
- 8.3. Oletetaan, että  $(X, Y)$  noudattaa trinomijakaumaa  $\text{Tri}(3, \frac{1}{6}, \frac{1}{2})$ .
- Laske odotusarvot  $\mu_X$  ja  $\mu_Y$ ,
  - variانسsit  $\sigma_X^2$  ja  $\sigma_Y^2$  sekä
  - kovarianssi  $\text{Cov}(X, Y)$  ja
  - korrelaatiokerroin  $\rho$ .
- 8.4. Määritellään peli siten, että ensin heitetään noppaa ja sen jälkeen harhatonta lanttia niin monta kertaa kuin nopan silmäluku osoittaa. Olkoon  $Y$  nopan silmäluku ja  $X_i = 1$ , kun kruunu ( $X_i = 0$  muutoin),  $1 \leq i \leq 6$ . Tuloksesi on kruunujen lukumäärä.
- Laske tuloksen odotusarvo ja
  - variانسsi.
- (Vihje: Määritellään tulos  $X = X_1 + \dots + X_Y$ ,  $1 \leq Y \leq 6$ .)
- 8.5. Kone tekee päivässä  $X$  komponenttia ja  $X \sim \text{Poi}(\lambda)$ . Kukin komponentti on viallinen todennäköisyydellä  $p$  ja eri komponentit ovat viallisia toisistaan riippumatta.
- Laske viallisten lukumäärän odotusarvo ja
  - variانسsi.
- 8.6. Olkoon  $X$  jatkuva satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x < \frac{1}{3} \\ 1, & \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ c, & \frac{2}{3} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{muualla.} \end{cases}$$

- (a) Laske  $c$ .
- (b) Määritä  $X$ :n kertymäfunktio.
- (c) Piirrä  $X$ :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio.