

Matemaattinen tilastotiede

7. harjoitukset, 43. vko 2004

7.1. Suurella rakennustyömaalla sattuu keskimäärin 1.5 onnettomuutta kuukaudessa. Määritä seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:

- (a) Ei onnettomuuksia tammikuussa,
- (b) yhteensä neljä onnettomuutta helmikuussa ja maaliskuussa,

(Vihje: Käytä Poissonin jakaumaa)

7.2. Oletetaan, että vakavien (X) ja lievien (Y) onnettomuuksien lukumäärät ovat toisistaan riippumattomat, $X \sim \text{Poi}(1)$ ja $Y \sim \text{Poi}(3)$ (Esimerkki 4.8). Havaitaan, että $X + Y = 10$. Laske

- (a) $E(X \mid X + Y = 10)$ ja
- (b) $P(Y > 10 \mid X + Y = 10)$.

7.3. Leipomossa valmistetaan suuri taikina, josta tehdään rusinapullia. Leipomoyrittäjä haluaa, että todennäköisyydellä 0.99 satunnaisesti valittu pulla sisältää ainakin 3 rusinaa. Kuinka monta rusinaa pullaa kohti hänen pitää sekoittaa taikinaan? (Vihje: Katso Esimerkki 4.11)

7.4. Laboratoriohiiriin ruiskutetaan kahta eri liuosta. Ensimmäisessä liuoksessa on keskimäärin 3 kappaletta C -tyypin organismeja millitrassa ja toisessa liuoksessa keskimäärin 10 kappaletta D -tyypin organismeja millitrassa. Organismit ovat jakautuneet nesteeseen täysin satunnaisesti. Jokaiseen hiireen ruiskutetaan kumpaakin liuosta yksi millilitra. Hiiri säilyy hengissä jos ja vain jos kummassakaan ruiskeessa ei ole yhtään organismia.

- (a) Millä todennäköisyydellä hiiri jää eloon?
- (b) Millä todennäköisyydellä kuolleista hiiristä löytyy molempia organismeja?

(Vihje: Käytä Poissonin jakaumaa)

7.5. Tuotantolinjalla n konetta tuottaa identtisiä komponentteja. Komponentin sarjanumero (i, j) ilmoittaa, että se on i . koneen tekemä järjestyksessä j . komponentti. Jokainen kone tuottaa päivässä m komponenttia. Poimitaan päivän tuotannosta satunnaisesti yksi komponentti, jonka sarjanumero on (X, Y) .

- (a) Määritä satunnaisvektorin (X, Y) yhteisjakauman todennäköisyysfunktio.

(b) Osoita, että X ja Y ovat riippumattomat.

7.6. Määritellään X :n ja Y :n yhteisjakauman todennäköisyysfunktio seuraavasti:

$$f(x, y) = \frac{x + y}{32} \quad \text{kun } x = 1, 2; \quad y = 1, 2, 3, 4.$$

Määritä

- (a) X :n reunajakauman todennäköisyysfunktio ja
- (b) Y :n reunajakauman todennäköisyysfunktio.
- (c) Laske $P(X > Y)$,
- (d) $P(Y = 2X)$ ja
- (e) $P(X + Y = 3)$.