

## Matemaattinen tilastotiede

3. harjoitukset, 39. viikko 2004

3.1. Olkoon  $X$ :n todennäköisyysfunktio

$$f(x) = \left(\frac{4}{4+x}\right)2^{-4}, \quad \text{kun } x = -4, -2, 0, 2, 4$$

ja 0 muualla. Määritä seuraavien satunnaismuuttujien todennäköisyysfunktio:

- (a)  $-X$
- (b)  $X^+ = \max\{0, X\}$
- (c)  $X^- = \max\{0, -X\}$

3.2. Olkoon  $X$ :n todennäköisyysfunktio

$$f(x) = \frac{1}{10}, \quad \text{kun } -4 \leq x \leq 5,$$

missä  $x$  on kokonaisluku. Määritä satunnaismuuttujan  $|X| = X^+ + X^-$

- (a) todennäköisyysfunktio ja
- (b) kertymäfunktio.

3.3. Hatussa on 20 juoksevasti 1:stä 20:een numeroitua arpalippua, joista valitaan satunnaisesti 5. Olkoon  $X$  suurin valittu numero, kun arvat valitaan palauttaen, ja  $Y$  suurin numero, kun arvat valitaan palauttamatta.

- (a) Määritä  $X$ :n kertymäfunktio ja todennäköisyysfunktio.
- (b) Määritä  $Y$ :n kertymäfunktio ja todennäköisyysfunktio.
- (c) Mikä on  $X$ :n todennäköisyysfunktio, jos hatussa on  $n$  arpaa ja hatusta valitaan  $r$  palauttaen?

3.4. Olkoon satunnaismuuttujan  $X$  todennäköisyysfunktio

$$f(x) = \frac{(|x| + 1)^2}{9}, \quad x = -1, 0, 1.$$

Laske

- (a)  $E(X)$ ,  $E(X^2)$ ,  $E(X^2 - 2X)$  ja
- (b)  $X$ :n mediaani  $m$ .

(Olkoon  $F(x)$   $X$ :n kertymäfunktio. Jos  $\frac{1}{2} \leq F(m)$  ja  $\frac{1}{2} \leq P(X \geq m)$ , niin  $m$  on  $X$ :n mediaani.)

3.5. Tavallisen ruletin pyörä on jattu 37:ään 0:sta 36:een numeroituun lokeroon ja jokaisen lokeron osumistodennäköisyys on yhtä suuri. Oletetaan, että pelaat rulettia. Asetat panoksesi (1 euro) parillisille, jolloin voiton (1 euro) todennäköisyys  $P(\text{parillinen}) = \frac{18}{37}$ , koska 0 vie aina kaikki panokset pelipankille. Määritä voittosi todennäköisyysfunktio, kun pelaat 10 kertaa (Vrt. Esimerkki 2.7. Paavon sijalla on pelipankki.) Minkä arvon todennäköisyys on suurin, pienin?

3.6. Esimerkin 3.2 kohdat (c) ja (d).