

Matemaattinen tilastotiede

2. harjoitukset, 38. viikko 2004

(Täydet hyvitykset kuudesta tehtävästä.)

- 2.1. Pokerikädessä on 5 korttia, jotka on jaettu satunnaisesti 52:n kortin normaalipakasta. Laske todennäköisyys, että saadaan
- (a) värisuora (peräkkäiset numerot, kaikki samaa maata);
 - (b) täyskäsi (3 samaa numeroa ja 2 jotain toista, ts. kolmoset ja pari);
 - (c) suora (peräkkäiset numerot, mutta ei värisuora).
- 2.2. Kurssille oli ilmoittautunut n opiskelijaa. Olkoon p_n todennäköisyys, että ainakin kahdella on sama syntymäpäivä. Jos $p_n < \frac{1}{2}$, niin montako enintään kurssille oli ilmoittautunut? (Ks. Esimerkki 2.3, s. 24).
- 2.3. Olkoon otosavaruus Ω numeroituvasti ääretön (alkeistapauksia on yhtä paljon kuin kokonaislukuja). Onko mahdollista, että kaikilla alkeistapauksilla on sama todennäköisyys? Perustele kantasi. (Ks. Määritelmä 1.1 s. 7, alaluku 2.2 s. 22 ja Määritelmä 2.1 s. 23).
- 2.4. Monivalintatehtävässä on 6 väittämää, joista jokaiseen on vastattava tosi (T) tai epätosi (E). Vastaus on oikein tai väärin ja oikeasta vastauksesta saa 1 pistettä ja väärästä -1 pistettä. Oletetaan, että Mr RW (Random Walker) vastaa väittämiin täysin satunnaisesti (Heittää esimerkiksi lanttia).
- (a) Millä todennäköisyydellä RW saa negatiivisen pistemäärän?
 - (b) Jos tehtävässä on kolmantena vaihtoehtona mahdollisuus vastata "en tiedä" (ET, 0 pistettä), niin millä todennäköisyydellä RW saa negatiivisen pistemäärän?
- 2.5. (a) Investoit 10 tuhatta euroa 4:ään mahdolliseen kohteeseen. Jokaisen sijoituksen tulee olla 500 euron monikerta. Montako investointistrategiaa on, jos koko summa on sijoitettava?
- (b) Montako strategiaa on silloin, jos koko summaa ei tarvitse investoida?
- 2.6. Tietokoneessa on 3 prosessoria ja koneelle tulevat 10 työtä jaetaan prosessoreille satunnaisesti. Eri prosessoreille tulevien töiden lukumäärät ovat r_1, r_2, r_3 , $r_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3$ ja

$$r_1 + r_2 + r_3 = 10. \quad (0.0.1)$$

Mikä on todennäköisyys, että

- (a) prosessorille 1 ei tule yhtään työtä?

- (b) jollekin (yhdele tai useammalle) ei tule yhtään työtä?
- (c) kaikille tulee ainakin 2 työtä?

2.7. Luentomateriaalissa (s. 22) on esitetty ns. De Méré'n ongelma. De Méré huomasi, että

- (i) heitettäessä noppaa 4 kertaa *kannattaa* lyödä vetoa siitä, että saadaan ainakin yksi kuutonen, mutta
- (ii) heitettäessä kahta noppaa 24 kertaa *ei kannata* lyödä vetoa siitä, että saadaan ainakin yksi kuutospari.

Toista kumpikin koe [(i) ja (ii)] ainakin 100 kertaa (Esimerkiksi R:llä).
Tukevatko tuloksesi De Méré'n havaintoja?