

## Matemaattinen tilastotiede

10. harjoitukset, 47. vko 2004

10.1. Olkoon  $X \sim N(6, 25)$ . Laske

- (a)  $P(6 < X < 12)$
- (b)  $P(0 \leq X \leq 8)$
- (c) sellaiset  $a$  ja  $b$ , että  $P(a < X < b) = 0.90$  ja  $P(X < a) = 0.025$
- (d)  $P(|X - 6| < 5)$ .

10.2. Oletetaan, että  $X \sim \text{Khi2}(r)$ , missä  $r$  on positiivinen kokonaisluku.

- (a) Etsi jakauman  $\text{Khi2}(r)$  tiheysfunktion maksimi eli jakauman  $\text{Khi2}(r)$  moodi, kun  $r \geq 2$ .
- (b) Määritä jakauman  $\text{Khi2}(4)$  mediaani.
- (c) Piirrä jakauman  $\text{Khi2}(r)$  tiheysfunktion kuvaaja, kun  $r = 4$  ja  $r = 10$ .

10.3. Valitaan toisistaan riippumatta 15 havaintoa (15 havainnon otos) jakaumasta  $\text{Khi2}(4)$ . Meillä on siis riippumattomien satunnaismuuttujien jono  $X_1, X_2, \dots, X_{15}$ , missä  $X_i$  on  $i$ . valinnan tulos ja  $X_i \sim \text{Khi2}(4)$ ,  $1 \leq i \leq 15$ . Laske todennäköisyys, että

- (a) 1. havainto (ts.  $X_1$ ) ylittää arvon 7.78,
- (b) jokin havainto ylittää arvon 7.78,
- (c) enintään 3 havaintoa ylittää arvon 7.78.

10.4. Olkoon satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio

$$f(x) = \alpha x^{\alpha-1}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < \alpha < \infty.$$

Olkoon  $Y = -2\alpha \log(X)$ . Mitä jakaumaa  $Y$  noudattaa?

10.5. Olkoon  $Z \sim N(0, 1)$ . Määritä satunnaismuuttujan  $Y = |Z|$  tiheysfunktio.

(Vihje: Tarkastele erikseen  $Z$ :n negatiivisia ja epänegatiivisia arvoja, ks. (5.5.3).  $S_Y = \{y | 0 < y < \infty\}$ .)

10.6. Logistista jakaumaa noudattavan satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}, \quad -\infty < x < \infty.$$

Osoita, että satunnaismuuttuja  $Y = \frac{1}{1+e^{-X}}$  noudattaa tasajakaumaa  $\text{Tas}(0, 1)$ .