

Matemaattisen tilastotieteen perusteet

4. harjoitukset, 47. viikko 2010

4.1. Satunnaismuuttuja Z noudattaa normaalijakaumaa $N(0, 1)$. Määritä satunnaismuuttuja $Y = e^Z$ tiheysfunktio (Y noudattaa log-normaalista jakaumaa).

4.2. Satunnaismuuttuja X noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$. (a) Laske keskipoikkeama $E(|X - \mu|)$, (b) Huipukkuuskerroin γ_2 (Alalukuku 6.7.2).

4.3. Toisistaan riippumattomat satunnaismuuttujat X_1, \dots, X_n noudattavat eksponenttijakaumaa $\text{Exp}(\theta)$. (a) Määritä satunnaismuuttujan $X_1 + X_2$ momenttifunktio

$$M(t) = E(e^{t(X_1+X_2)}) = E(e^{tX_1}) E(e^{tX_2}),$$

(b) satunnaismuuttujien $S_n = X_1 + \dots + X_n$ ja (c) $\frac{S_n - E(S_n)}{\sqrt{\text{Var}(S_n)}}$ momenttifunktiot.

4.4. Satunnaismuuttuja X noudattaa logistista jakaumaa (ks. Esimerkki 6.1). Johda satunnaismuuttujan $Y = 1/(1 + e^{-X})$ tiheysfunktio.

4.5. Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 1/4, & -2 < x < 2 \\ 0 & \text{muualla.} \end{cases}$$

Määritä satunnaismuuttujien (a) $Y = X^3$ ja (b) $Z = X^4$ tiheysfunktiot.

4.6. Eräessä populaatiossa naisten rinnan ympäryys X noudattaa normaalijakaumaa $N(100, 14^2)$. Naisten asujen mittataulukon (<http://www.kaalimato.com/common/kokotaulukot/naiset.html>) mukaan kokoluokka M (38 – 40) on 90 – 97. Laske $P(89.5 < X < 97.5)$. Mikä on todennäköisyys, että kahdestakymmenestä satunnaisesti valitusta naisesta 5 kuuluu luokkaan M.

4.7. Satunnaismuuttujan X momenttifunktio on

$$M(t) = (1 - 7t)^{-1}.$$

Määritä X :n jakauman keskiarvo ja varianssi, kertymäfunktio ja tiheysfunktio.

4.8. Jos $X \sim N(7, 4)$, laske $P(15.364 \leq (X - 7)^2 \leq 20.096)$.