

Matemaattisen tilastotieteen perusteet

3. harjoitukset, 46. viikko 2010

- 3.1. Eräältä laitokselta valmistuu opiskelijoita Poissonin prosessin mukaisesti 10 per vuosi. (a) Laske todennäköisyys, että seuraavan kolmen kuukauden aikana valmistuu ainakin 2 opiskelijaa. (b) Seuraavan kahden kuukauden aikana ei valmistu yhtään opiskelijaa.
- 3.2. Eräässä kaupungissa esiintyy tulipaloja Poissonin prosessin mukaisesti tiheydellä 5 per kuukausi. Mikä on todennäköisyys, että seuraavana vuonna on täsmälleen 2 kuukautta (mitkä tahansa kaksi), jolloin ei ole tulipaloja?
- 3.3. Laadunvalvonnassa 10000:n tuotteen erä hyväksytään, jos tarkistusotoksessa $n = 400$ (otanta palauttamatta) on korkeintaan 3 viallista (hyväksymisluku on 3). Toimintakäyrä (OC-käyrä) on $OC(p) = P(X \leq 3)$, missä p on viallisten suhteellinen osuus otoksessa. Laske hypergeometrisen jakauman avulla OC-käyrän arvot pisteissä $p = 0.002, 0.004, 0.006, 0.008, 0.01, 0.02$ ja piirrä kuvaaja.
- 3.4. Kun populaation koko on suuri otoskoko verrattuna, binomijakauma on hyvä hypergeometrisen jakauman likiarvo. (a) Laske edellisessä tehtävässä kysytyt OC-käyrän arvot binomijakauman avulla. (b) Laske arvot Poissonin jakauman avulla (Poissonin jakauma on hyvä binomijakauman likiarvo, kun n on suuri ja p pieni.)
- 3.5. Eksponenttijakauman kertymäfunktio on $F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\theta}}, x \geq 0$ ja $F(x) = 0$, kun $x < 0$. Jakauman momenttifunktio $M(t) = \frac{1}{1-\theta t}$. (a) Määritä $E(X)$ laskemalla $M'(0)$. (b) Määritä θ :n arvo siten, että jakauman mediaani on 3. (Ks. mediaanista teksti ennen Esimerkkiä 6.4).
- 3.6. Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{3}{88}x(x+1) \quad \text{välillä } (0, 4).$$

- (a) Tarkista, että $f(x)$ on todella tiheysfunktio.
(b) Määritä X :n kertymäfunktio.
(c) Laske $P(2 \leq X \leq 3)$.

- 3.7. Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 1/2, & 0 \leq x \leq 1; \\ 1/2, & 2 \leq x \leq 3; \\ 0, & \text{muualla.} \end{cases}$$

Määritä X :n kertymäfunktio ja piirrä sen kuvaaja funktio (vrt. Esimerkki 6.5).

3.8. Määritä vakio c siten, että funktio

$$f(x) = \begin{cases} c g(x), & 0 \leq x \leq 2; \\ 0, & \text{muualla} \end{cases}$$

on tiheysfunktio, kun $g(x) = x^2 - x + 1$. Laske $P(0.5 \leq X \leq 1)$.