

**TILTA1B Matemaattisen tilastotieteen perusteet**  
**Syksy 2009**  
**Ratkaisut harjoitus 2**

1. Olk.  $X$  kruunien lkm kolmessa heitossa, jolloin  $X \sim Bin(3, \frac{1}{2})$

Voittaja selviää, jos  $X=1$  tai  $X=2$ :

$$P(X=1) + P(X=2) = \binom{3}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \binom{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{4}$$

Olk.  $W_1$  ratkaisuun vaadittavien heittokierrosten lkm, jolloin  $W_1 \sim Geo(\frac{3}{4})$

$$P(W_1 < 5) = 1 - P(W_1 \geq 5) = 1 - (1 - \frac{3}{4})^4 \approx 0,996$$

2. Olk.  $X$  viiteen kolmoseen tarvittavien yritysten lkm, jolloin  $X \sim NBin(5, \frac{1}{10})$

Viiteen kolmoseen tarvitaan siis keskimäärin  $E(X) = 5 / \frac{1}{10} = 50$  yritystä ja ennen viidettä kolmosta keskimäärin  $E(X-1) = 49$  yritystä.

3. Olk.  $N(1)$  syntyvien lasten lkm vuorokaudessa.  $E(N(1)) = 5$

a)  $N(\frac{1}{4}) \sim Poi(\frac{5}{4})$

$$P(N(\frac{1}{4}) \geq 2) = 1 - P(N(\frac{1}{4}) = 1) - P(N(\frac{1}{4}) = 0) \approx 0,355$$

R:llä:

```
> 1-dpois(1, 5/4)-dpois(0, 5/4)
[1] 0.3553642
```

b)  $N(2) \sim Poi(10)$

$$P(N(2) = 0) \approx 0,0000453$$

R:llä:

```
> dpois(0, 10)
[1] 4.539993e-05
```

4. R:llä

a) 

```
> n<-25; k<-25; x<-0:4
```

```
> dbinom(x, n, 1/k)
```

```
[1] 0.36039672 0.37541325 0.18770662 0.05996184 0.01374125
```

b) 

```
> n<-50; k<-25; x<-0:4
```

```
> dbinom(x, n, 1/k)
```

```
[1] 0.12988579 0.27059540 0.27623281 0.18415520 0.09015932
```

c) 

```
> n<-100; k<-100; x<-0:4
```

```
> dbinom(x, n, 1/k)
```

```
[1] 0.36603234 0.36972964 0.18486482 0.06099917 0.01494171
```

- 5.

a)  $E(X) = n/k = 25/25 = 1$

```
> dpois(x, 1)
```

```
[1] 0.36787944 0.36787944 0.18393972 0.06131324 0.01532831
```

Vertailu binomijakaumasta saatuihin todennäköisyyksiin (suhteellinen virhe):

```
> dpois(x, 1)/dbinom(x, 25, 1/25)
```

```
[1] 1.020762 0.979932 0.979932 1.022538 1.115496
```

b)  $E(X) = n/k = 50/25 = 2$

```
> dpois(x, 2)
```

```
[1] 0.13533528 0.27067057 0.27067057 0.18044704 0.09022352
```

```
> dpois(x, 2)/dbinom(x, 50, 1/25)
```

```
[1] 1.041956 1.000278 0.979864 0.979864 1.000712
```

c)  $E(X) = n/k = 100/100 = 1$

```
> dpois(x, 1)
```

```
[1] 0.36787944 0.36787944 0.18393972 0.06131324 0.01532831
```

```
> dpois(x, 1)/dbinom(x, 100, 1/100)
```

```
[1] 1.0050463 0.9949958 0.9949958 1.0051488 1.0258735
```

6.  $X|X+Y=10 \sim \text{Bin}(10, \frac{1}{4})$        $Y|X+Y=10 \sim \text{Bin}(10, \frac{3}{4})$

a)  $E(X|X+Y=10) = 10 \cdot \frac{1}{4} = 2,5$

b)  $P(Y > 5|X+Y=10) = 1 - P(Y \leq 5|X+Y=10) \approx 0,92$

R:llä:

```
> 1-pbinom(5,10,3/4)
[1] 0.9218731
```

7.  $X \sim \text{Bin}(60;0.03)$        $X \sim \text{Poi}(1.8)$

```
> pbinom(3,60,0.03)      > ppois(3,1.8)
```

```
[1] 0.894258              [1] 0.8912916
```

```
P(X ≤ 3) ≈ 0,894              P(X ≤ 3) ≈ 0,891
```

8. Olk.  $N(1)$  onnettomuuksien lkm päivässä,  $N(1) \sim \text{Poi}(3)$ .

Todennäköisyys, että päivän aikana ei satu yhtään onnettomuutta:

$P(N(1) = 0) \approx 0,498$

```
> dpois(0,3)
```

```
[1] 0.04978707
```

Olk.  $X$  tammikuun päivien lkm, joiina ei satu yhtään onnettomuutta,  $X \sim \text{Bin}[31, P(N(1)=0)]$ .

$P(X = 3) \approx 0,133$

```
> dbinom(3,31,dpois(0,3))
```

```
[1] 0.1327595
```