

Matemaattisen tilastotieteen perusteet

4. harjoitukset, 48. viikko 2009

- 4.1. Tietyn osakkeen vuosittainen tuotto noudattaa normaalijakaumaa, jonka keskiarvo on 10% ja hajonta 12% hankintahinnasta. Henkilö ostaa 100 kpl näitä osakkeita hintaan 60 euroa/ osake. Mikä on todennäköisyys, että vuoden jälkeen tuotto on ainakin 750 euroa? (Kaupankäyntikustannuksia ja osinkoja ei oteta huomioon.)
- 4.2. Oletetaan, että $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Määritä satunnaismuuttujan $|X - \mu|$ jakauma ja laske satunnaismuuttujan $|X - \mu|$ odotusarvo.
- 4.3. Satunnaismuuttujan X momenttifunktio on $M(t) = e^{-6t+32t^2}$. Määritä todennäköisyydet
- (a) $P(-4 \leq X < 16)$ ja $P(-10 \leq X \leq 0)$
 - (b) Määritä sellainen vakio c , että $P(|X - 8| \leq c) = 0.95$
- 4.4. Oletetaan, että $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.
- (a) Mitä jakaumaa noudattaa X^2 , jos $\mu = 0$ ja $\sigma^2 = 4$.
 - (b) Laske $P(15.364 \leq (X - 7)^2 \leq 20.096)$, kun $\mu = 7$ ja $\sigma^2 = 4$.
- 4.5. Asiakkaita saapuu ravintolaan Poissonin prosessin mukaan keskimäärin 12 asiakasta tunnissa. Ravintola alkaa tehdä voittoa vasta sen jälkeen, kun on saatu 30 asiakasta. Mikä on keskimääräinen odotusaika sille, että ravintola alkaa tehdä voittoa? (ks. s. 155)
- 4.6. Oletetaan, että $X \sim \text{Khi2}(r)$, missä r on positiivinen kokonaisluku (ks. s. 154).
- (a) Etsi jakauman $\text{Khi2}(r)$ tiheysfunktion maksimi eli jakauman $\text{Khi2}(r)$ moodi, kun $r \geq 2$.
 - (b) Määritä jakauman $\text{Khi2}(4)$ mediaani.
 - (c) Piirrä jakauman $\text{Khi2}(r)$ tiheysfunktion kuvaaja, kun $r = 4$ ja $r = 10$.
- 4.7. Jos X noudattaa tasajakaumaa $\text{Tas}(0, 1)$, niin osoita, että $Y = -2 \log X$ noudattaa jakaumaa $\text{Khi2}(2)$ (log luonnollinen logaritmi).
- 4.8. *Kaksipuolisen eksponenttijakauman* tiheysfunktio on
- $$f(x) = ke^{-|x|}, \quad \text{kun } -\infty < x < \infty.$$
- (a) Määritä k :n arvo ja jakauman kertymäfunktio.
 - (b) Laske $E(X)$ ja $E(X^2)$.