

Monimuuttujamenetelmät

5. harjoitukset, 12.2.2003 klo 10-12 ls. 2107

Huomaa poikkeava harjoitusaika!

- 5.1. (a) Laske testisuure M (Pykälä 5.8.2), kun $n_1 = n_2 = 6$ ja

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (b) Laske testisuure M , kun $n_1 = n_2 = 6$ ja

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 15 & 30 \end{pmatrix}.$$

Miten M :n arvo käyttäytyy, kun \mathbf{S}_1 ja \mathbf{S}_2 poikkeavat toisistaan aina enemmän ja enemmän?

- 5.2. Merkitään 1. poikien pään pituutta ja leveyttä $\mathbf{x} = (x_1, x_2)'$ ja vastaavasti 2. poikien pään pituutta ja leveyttä $\mathbf{y} = (y_1, y_2)'$. Testaa Pojat-aineiston perusteella, ovatko \mathbf{x} ja \mathbf{y} riippumattomat.

- 5.3. (a) Testaa Luu-aineistosta, ovatko kaikki muuttujat riippumattomat. Testaa siis $H_0 : \mathbf{\Sigma} = \sigma^2 \mathbf{I}$.

- (b) Testaa myös hypoteesi $H_0 : \mathbf{C}\mathbf{\Sigma}\mathbf{C}' = \sigma^2 \mathbf{I}$, kun

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Korvaa testisuureen lausekkeessa \mathbf{S} matriisilla $\mathbf{C}\mathbf{S}\mathbf{C}'$ ja sijoita p :n paikalle $(p-1)$. Mikä mahtaa olla tämän testin tulkinta? Tarkastele asiaa lähtemällä kovarianssmatriisista $\text{cov}(\mathbf{C}\mathbf{y})$, kun $\text{cov}(\mathbf{y}) = \mathbf{\Sigma}$.

- 5.4. Osoita, että MANOVAn neliösummahajotelmassa matriisi $\mathbf{H} = \sum_{i=1}^2 n_i (\bar{\mathbf{y}}_i - \bar{\mathbf{y}}_{..})(\bar{\mathbf{y}}_i - \bar{\mathbf{y}}_{..})'$ voidaan lausua muodossa $\mathbf{H} = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{\mathbf{y}}_1 - \bar{\mathbf{y}}_2)(\bar{\mathbf{y}}_1 - \bar{\mathbf{y}}_2)'$, kun ryhmiä on kaksi. Huomaa, että

$$\bar{\mathbf{y}}_{..} = \frac{n_1 \bar{\mathbf{y}}_1 + n_2 \bar{\mathbf{y}}_2}{n_1 + n_2}.$$

- 5.5. (a) Testaa Esimerkin 6.1 aineistossa hypoteesi $H_0 : \boldsymbol{\mu}_1 = \boldsymbol{\mu}_2 = \boldsymbol{\mu}_3$ Wilksin Λ :n avulla.

- (b) Tee myös molemmille muuttujille erikseen varianssianalyysit.

- (c) Piirrä aineistosta pisteparvi, johon piirret myös ryhmien keskiarvot. Tarkastele testin tulosta pisteparven avulla.

5.6. Tarkastele edelleen Tehtävän 5 aineistoa.

- (a) Muodostetaan havaintoaineistoon uusi muuttuja $\mathbf{Y}\mathbf{a} = \mathbf{z}$, missä \mathbf{Y} on havaintomatriisi ja $\mathbf{a} = (1, 1)'$. Tee \mathbf{z} :lle varianssianalyysi.
- (b) Koeta löytää sellainen $\mathbf{f} \neq (1, 1)'$, että muuttujalle $\mathbf{Y}\mathbf{f} = \mathbf{w}$ saadaan varianssianalyysissä merkitsevämmät erot kuin muuttujalle \mathbf{z} . (Valitse kerroinvektorit samanpituisiksi.)
- (c) Tulkitse tulos geometrisesti.

5.7. (a) Tee luentomonisteeseen kopioidusta aineistosta (Table 11.4) MANOVA sekä yhden muuttujan varianssianalyysit.

- (b) Laske matriisin $\mathbf{E}^{-1}\mathbf{H}$ ominaisarvot ja lausu Wilksin Λ niiden avulla.

Vertaa tuloksiasi monisteessa annettuun tulostukseen.