

Tilastollinen päättely I

9. harjoitukset, 11. vko 2005

(9.1 ks. esimerkki 9.3, 9.3 - 9.5 ks. esimerkki 9.4 ja alaluku 9.3.5, 9.6 ks. esimerkki 9.6, 9.7 ja 9.8 ks. alaluku 9.3.4)

- 9.1. Oletetaan, että $X \sim \text{Bin}(10, \theta)$ ja havaittiin $X = 5$. Laske uskottavuustestisuureen arvo, kun $H_0 : \theta = 0.75$. Laske testisuureen arvoon liittyvä p -arvo.
- 9.2. Tehdään 25 alkion otos normaalijakaumasta $N(\mu, 1)$. Otokeskiarvoksi saatiin 0.9. Olkoon $H_0 : \mu = 0$. Muodosta uskottavuussuureen D lauseke ja laske sen arvo. Mitä on testisuureen arvoon liittyvä p -arvo. Johtopäätös?
- 9.3. Erään hernekasvin siemenet luokiteltiin muodon (pyöreä, ryppyinen) ja värin (vihreä, keltainen) mukaan neljään tyyppiin: PK, PV, RK ja RV . Eräässä 556 siemenen otoksessa havittiin seuraava tyyppijakauma:

Hernetyyppi	PK	PV	RK	RV
Frekvenssi	315	108	101	32

Mendelin hypoteesin mukaan eri tyyppien suhteellisten osuuksien tulisi olla $\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}$ ja $\frac{1}{16}$. Laske aineistosta Mendelin hypoteesiin liittyvä uskottavuustestisuureen arvo ja siihen liittyvä p -arvo. Tukevatko havainnot hypoteesia?

- 9.4. Oletetaan, että havainnot X_1, X_2, X_3 noudattavat multinomijakaumaa ($X_1 + X_2 + X_3 = n$). Logaritmoitu uskottavuusfunktio (funktion ydin) on

$$l(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = \sum_{i=1}^3 x_i \log \pi_i,$$

missä $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$ ja havainnot $x_1 = 32, x_2 = 46$ ja $x_3 = 22$.

- (a) Määritä logaritmoidun uskottavuusfunktion maksimi.
- (b) Määritä maksimi, kun todennäköisyydet π_i toteuttavat hypoteesin

$$H : \pi_1 = \theta^2, \pi_2 = 2\theta(1 - \theta), \pi_3 = (1 - \theta)^2.$$

- 9.5. Testaa Tehtävässä 4 annettujen havaintojen avulla

- (a) Tehtävän 4 b -kohdassa annettu hypoteesi H .
- (b) Testaa hypoteesi, että H ja $\theta = 0.5$ ovat samanaikaisesti voimassa.

- 9.6. Olkoon X_1, \dots, X_{10} otos eksponenttijakaumasta $\text{Exp}(\theta_1)$ ja Y_1, \dots, Y_{20} otos eksponenttijakaumasta $\text{Exp}(\theta_2)$. Laadi uskottavuustestisuureen D hypoteesin $\theta_1 = \theta_2$ testaamiseksi. Testaa hypoteesi, kun $\bar{X} = 15.7$ ja $\bar{Y} = 19.2$. (Ks. Esimerkki 9.6)

- 9.7. C-vitamiinin tehoa flunssan ehkäisijänä testattiin hoitokokeella, johon osallistui 200 vapaaehtoista. Ryhmästä 100 arvottiin hoitoryhmään, joka sai päivittäin suuren annoksen C-vitamiinia. Loput 100 ryhmästä sai lumelääkettä. Kokeeseen osallistuneet eivät tienneet, kumpaan ryhmään he kuuluivat. Testijakson aikana 20 vitamiiniryhmästä ja 35 lumeryhmästä sai flunssan. Testaa hypoteesi, että flunssan saamisen todennäköisyys on sama kummassakin ryhmässä.
- 9.8. Neljäsataa potilasta osallistui hoitokokeeseen, jossa vertailtiin kolmen lääkkeen (A, B ja C) tehokkuutta. Jokaista lääkettä annettiin sadalle satunnaisesti valitulle potilaalle ja sata sai lumelääkettä. Hoidon aikana tarkkailtiin, paraniko potilaan tila. Saatiin seuraavat tulokset:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Lume
Tila parani	24	19	29	10
Ei parannusta	76	81	71	90

Testaa hypoteesi, että

- (a) paranemisen todennäköisyys on sama kaikissa ryhmissä.
- (b) kaikki kolme lääkettä ovat yhtä tehokkaita.