Tilastollinen päättely I
8. harjoitukset, 10. vko 2005

8.1. Tehdään 20 alkion otos normaalijakaumasta $N(\mu, 1)$. Otoskeskiarvoksi saatiin 5.1. Muodosta μ:lle 14.7%:n uskottavuusväli (ks. Esimerkit 8.2 ja 8.3) ja 95 %:n luottamusväli (ks. Esimerkki 8.17).

8.2. Valitaan suuresta tuotepopulaatiosta 10 alkion otoksia (ks. Esimerkki 8.1). Viallisten lukumäärä X noudattaa binomijakaumaa $\mathrm{Bin}(10, \theta)$. Oheisessa taulukossa on lueteltu θ:n kaikki mahdolliset 10%:n uskottavuusvälit.

X	$\hat{\theta}$	Alaraja R_a	Yläraja R_y
0	0.0	0.00	0.206
1	0.1	0.004	0.403
2	0.2	0.029	0.530
3	0.3	0.072	0.635
4	0.4	0.128	0.725
5	0.5	0.196	0.804
6	0.6	0.275	0.872
7	0.6	0.365	0.928
8	0.8	0.470	0.971
9	0.9	0.597	0.996
10	1.0	0.794	1.00

Laske θ:n 10 %:n uskottavuusvälin peitetodennäköisyys, kun (a) $\theta = 0.2$, (b) $\theta = 0.5$ ja (c) alarajan odotusarvo, kun $\theta = 0.2$.

8.3. Presidentinvaalien viimeisellä kierroksella olivat vastakkain ehdokkaat A ja B. Ovensuukyselyssä tiedusteltiin 200 äänioikeutetun kantaa, joista 94 ilmoitti kannattavansa A:ta ja loput B:tä. Oletetaan A:n kannattajien lukumäärän noudattavan binomijakaumaa $\mathrm{Bin}(200, \theta)$, missä θ on A:n kannatusosuus. Määritä θ:n uskottavuusväli, joka on likimääräinen 95 % luottamusväli (Vihje: Käytä kaavaa (8.4.1)). Onko arvo $\theta = \frac{1}{2}$ uskottava?

8.4. Tarkastellaan edelleen tehtävän 3 aineistoa. Oletetaan, että Waldin testisuure (8.6.6) noudattaa likimain χ^2-jakaumaa. Muodosta Waldin testisuureen avulla θ:n 95 % luottamusväli (likimääräinen).

8.5. Tehdään tasajakaumasta $\mathrm{Tas}[0, \theta]$ otos $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$. Olkoon $Y = X_{(10)}$ havaintojen maksimi. Määritä vakion $a > 1$ arvo siten, että väli $[Y, aY]$ on θ:n 95%:n luottamusväli (Ks. alaluvun 8.4.2 alku).

8.6. Olkoon $X_1, \ldots, X_{25}$ otos on jakaumasta $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$, missä σ^2 on tuntematon. Silloin

$$T = \frac{\sqrt{n}(\overline{X} - \mu)}{S}$$

on napasuure. Muodosta sen avulla μ:n 90 %:n luottamusväli, kun $\bar{X} = 10.3$ ja $S = 3.8$.

8.7. Tutkittiin erään kukkalajin A itämisajan varianssia. Oletetaan, että itämisaika (päiviä) X_A noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu_A, \sigma_A^2)$. Idätettiin kokeeksi 15 siementä. Itämisajan otosvarianssiksi saatiin 9.2. Määritä varianssille σ_A^2 95 %:n luottamusväli.

8.8. Myös kukkalajille B tehtiin vastaava idätyskoe (n=20) kuin lajille A tehtävässä 7. Itämisajan otosvarianssiksi saatiin 11.3. Lajin B itämisajan X_B oletetaan noudattavan normaalijakaumaa $N(\mu_B, \sigma_B^2)$. Muodosta varianssisuhteelle σ_A^2/σ_B^2 95 %:n luottamusväli.