

Monimuuttujaiset kasvukäyrät

Harjoitus 5.

27.2.2007

1. Sovitetaan *Dental*-aineistoon (R-kirjastossa *nlme*, aineisto *Orthodont*) tytöille ja pojille omat kasvukäyrät (malliksi oletetaan suora). Esitä lineaarisen hypoteesin $H_0 : \mathbf{CBD} = \mathbf{O}$ testauksessa tarvittavat \mathbf{C} ja \mathbf{D} matriisit, kun testataan:
 - a) Ovatko käyrät identtiset?
 - b) Ovatko käyrät yhdensuuntaiset?
 - c) Onko 1. asteen termi merkitsevä?

2. (jatkoa) Suorita em. hypoteesien testaaminen.

3. Oletetaan, että \mathbf{X} :n ja \mathbf{Z} :n sarakkeet ovat lineaarisesti riippumattomia. Osoita, että

$$\mathbf{Z}'[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\mathbf{Z}$$

on ei-singulaarinen.

4. Johda kovarianssianalyysin mallissa

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XB} + \mathbf{Z}\mathbf{\Gamma} + \mathbf{E}$$

parametrien \mathbf{B} ja $\mathbf{\Gamma}$ ns-estimaattorit.

5. Tarkastellaan kasvukäyrämallia

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XBT}' + \mathbf{E},$$

missä $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n)'$, \mathbf{X} on annettu m -asteinen $n \times m$ -matriisi, \mathbf{B} on estimoitava $m \times p$ parametrimatriisi, \mathbf{T} on p -asteinen $q \times p$ -matriisi ja satunnaisvirhematriisin \mathbf{E} rivit ovat $IN(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$. Mikä olisi tässä mallissa parametrien \mathbf{B} estimoitu kovarianssimatriisi kun estimointi suoritetaan a) SU-menetelmällä, b) REML-menetelmällä? Suorita vertailu estimoitujen kovarianssimatriisien kesken.