Frekvenssiaineistojen analyysi
Harjoitukset 11.10.2001

4.1. Oletetaan, että 2x2-taulukon havaitut frekvenssit n_{ij} noudattavat toisistaan riippumatta Poissonin jakaumaa parametrilla μ. Muodosta uskottavuussuhde Λ ja uskottavuussuhteeseen perustuva G^2 tämän oletuksen (hypoteesin) testaamiseksi. Testaa hypoteesi, kun $n_{11} = 10$, $n_{12} = 12$, $n_{21} = 7$, $n_{22} = 15$.

4.2. Olkoon (n_1, n_2, n_3) otos multinomijakaumasta $Mult(n; \pi_1, \pi_2, \pi_3)$, missä $n = n_1 + n_2 + n_3$ ja $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$. Jokainen n_i noudattaa binomijakaumaa $bin(n, \pi_i)$, $i = 1, 2, 3$. Merkitään $p_i = n_i/n, \mathbf{p} = (p_1, p_2)'$ ja $\mathbf{\Pi} = (\pi_1, \pi_2)'$. Voidaan osoittaa, että $\mathbf{p}$ noudattaa asymptoottisesti kaksiulotteista normaalijakaumaa. Satunnaisvektorin $\sqrt{n}\mathbf{p}$ kovarianssimatriisi (asymptoottisesti) on $\mathbf{\Sigma}$, missä $\sigma_{ii} = \pi_i(1 - \pi_i), i = 1, 2$ ja $\sigma_{12} = -\pi_1\pi_2$.

(a) Laske $\mathbf{\Sigma}^{-1}$ ja

(b) osoita, että

$$n(\mathbf{p} - \mathbf{\Pi})'\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mathbf{p} - \mathbf{\Pi})$$

on Pearsonin χ^2 testisuure.

4.3. Taulukossa 3.16 on esitetty tuloksia, joissa vertaillaan sädehoidon ja kirurgisen hoidon vaikutuksia kurkunpään syövän hoidossa. Testaa Fisherin tarkalla testillä hypoteesit $H_0 : \theta = 1$ vs. $H_a : \theta > 1$.

Taulukko 3.16 Sädehoidon ja kirurgisen hoidon vaikutus kurkunpään syövän hoidossa.

	Syöpä hallinnassa	Syöpä ei ole hallinnassa
Kirurgia	21	2
Sädehoito	15	3

Selitä sanallisesti, mitä nollahypoteesi ja vaihtoehtoinen hypoteesi tarkoittavat.

4.4. Jatkoa edelliseen tehtävään.

(a) Jos valitset testin riskitasoksi 0.05, niin mikä on testin todellinen riskitaso.

(b) Laske kaksisuuntaiseen testiin liittyvä P-arvo. Vastaa edellisen kohdan kysymykseen kaksisuuntaisen testin tilanteessa.

4.5. Taulukossa 3.17 on luokiteltu joukko (otos) psykiatrisia potilaita diagnoosin ja diagnoosin edellyttämän lääkehoidon mukaan. Osita χ^2 (G^2) siten, että nähdään eroja/samankaltaisuuksia diagnoosien välillä lääkemääräysten suhteen.

Taulukko 3.17 Hoitotyyppi (lääke/ei lääkettä) diagnoosin mukaan.

Diagnoosi	Lääkkeitä	Ei lääkkeitä
Skitsofrenia	105	8
Tunne-elämän häiriö	12	2
Neuroosi	18	19
Persoonallisuuden häiriö	47	52
Erityiset oireet	0	13

4.6. Tutkittiin erään lääkkeen vaikutusta levinneen rintasyövän hoidossa. Tutkimukseen osallistuneista 30:stä naisesta 15 valittiin satunnaisesti hoitoryhmään ja 15 vertailuryhmään. Hoitoryhmään kuuluneista 7 potilasta saavutti positiivisen hoitotuloksen (veriarvot normalisoituivat). Vertailuryhmässä ei saatu yhtään positiivista tulosta. Testaa Fisherin tarkalla testillä, olivatko hoitoryhmän tulokset parempia kuin vertailuryhmässä. Mitä on P–arvo? Tulkitse.