

## Ei-parametrinen regressio

Harjoitus 1

25.3.2008

1. Johda lineaarisessa regressiomallissa ( $\mathbf{X}$  täysiasteinen)

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon},$$

parametrin  $\boldsymbol{\beta}$  pienimmän neliösumman ratkaisu  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$ .

2. Osoita, että  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  todella minimoi neliösumman  $SS$ .
3. Osoita että lineaarisessa mallissa PNS-residuaalit  $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$  ovat korreloituneita. Tarkastele lisäksi tilannetta  $\mathbf{X} = \mathbf{1}$  ja  $n \rightarrow \infty$ .
4. Osoita, että matriisi  $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$  on symmetrinen, idempotentti ja sen ominaisarvot ovat ykkösiä ja nollia. Mikä on matriisin  $\mathbf{H}$  aste?
5. Tutki R:n aineistossa *women* painon ( $y$ ) ja pituuden ( $x$ ) yhteyttä polynomiregression avulla.
6. Sovita edellisen tehtävän aineistoon paloittain lineaarinen malli.