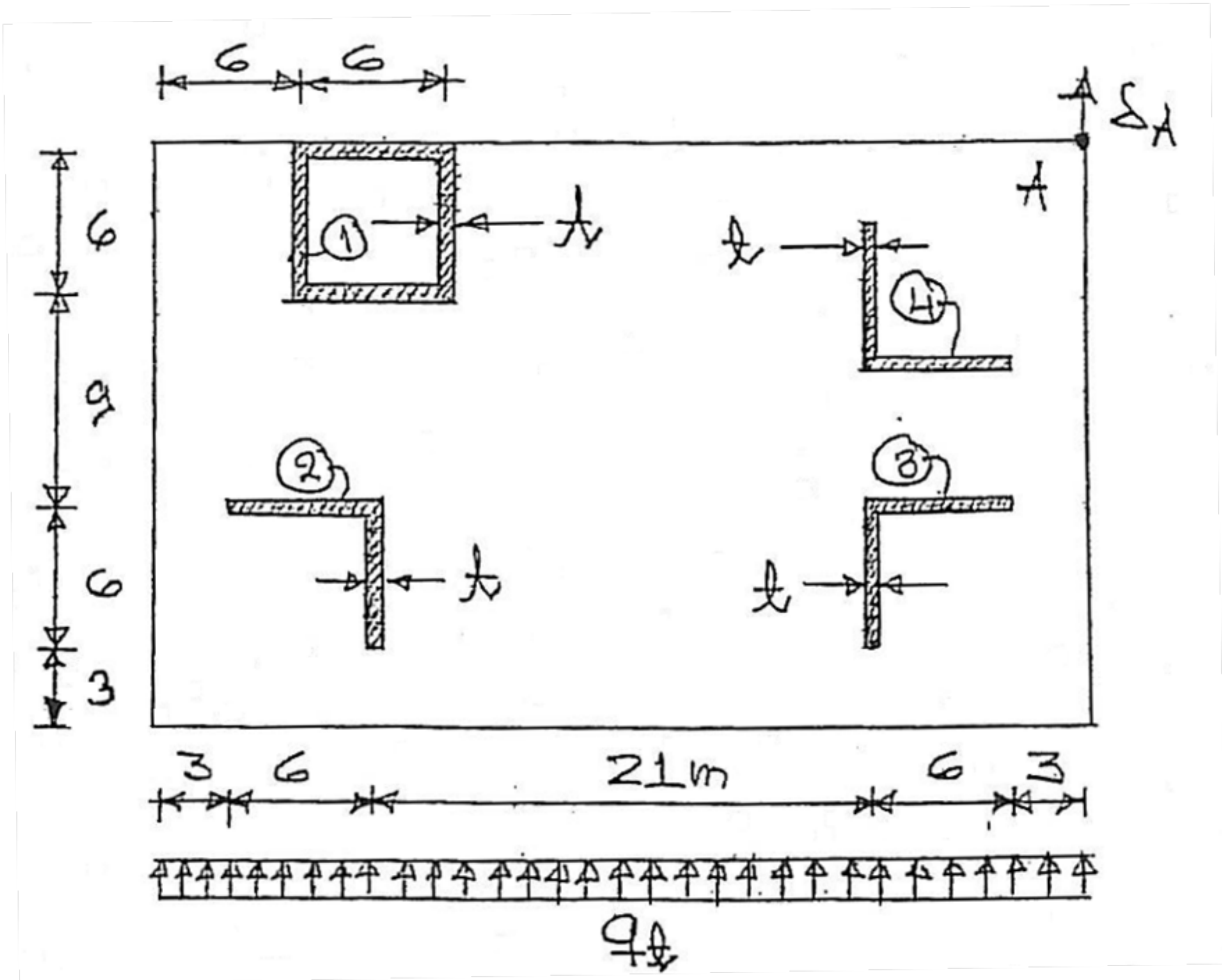


Talotehtävän lähtösuureita:

Pohja $B \times L = 24 \times 39$ m^2, korkeus $H = 30$ m

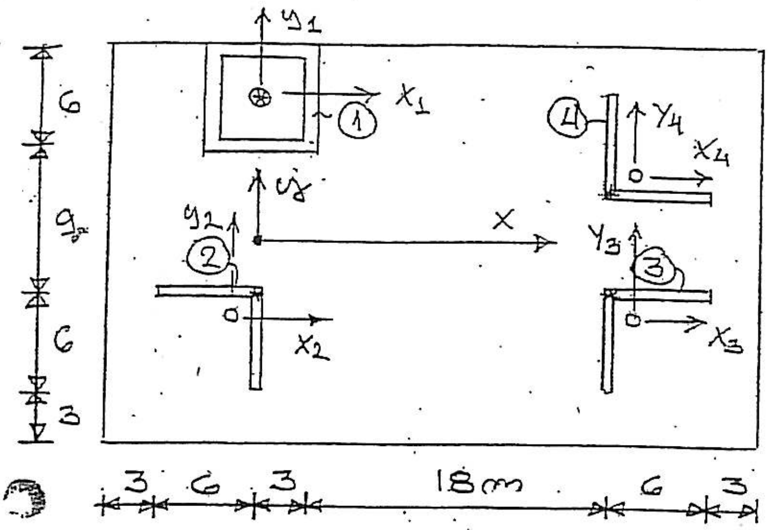
Seinämateriaalin $E = 30\,000$ MPa, $G = 15\,000$ MPa

ja seinämän vahvuus $t = 0{,}2$ m

Tuulikuorma $q_t = 1$kN/m^2 ja tuulikuorman epäkeskeisyys $e = \pm L / 10$

Tarkastellaan oheisen kerrostalon käyttäytymistä tuulikuormitettuna. Talo on jäykistetty vaakakuormitusta vastaan kuvassa esitetyillä neljällä jäykistysseinällä. Talon välipohjat otaksutaan omissa tasoissaan täysin jäykiksi ja ne ohjaavat jäykistysseinien siirtymätilaa.

Määritä rakenteen vääntökeskiön paikka ja tuulikuorman aiheuttamat normaalijännitykset seinien 1 ja 3 pohjatasossa. Laske lisäksi nurkan A siirtymä.

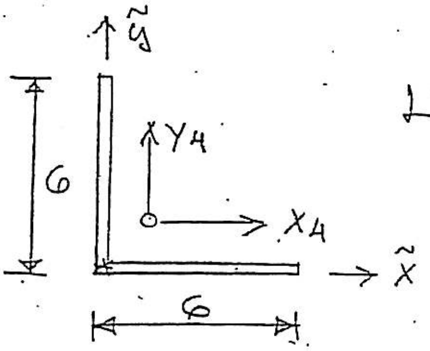


Merkintöjä

o Osan (i) pintakeskiö
* osan (i) vääntökeskiö

(x_{io}, y_{io}) pintakeskiö koordin.
(x_i, y_i) vääntökeskiö koordin.
(a_x, a_y) koko rakenteen vääntökeskiökoordinaatit

Lasketaan aluksi osien geometrisia suureita.



L-osat: $A_{2-4} = 2*6*t = 2.4\,m^2$ $\quad t = 0.2\,m$

$S_{\tilde{x}} = 6*t*3 = 3.6\,m^3$

pintakeskiön koordinaatit $\tilde{y}_o, \tilde{x}_o$

$$\tilde{y}_{o4} = \frac{S_{\tilde{x}}}{A} = \frac{3.6\,m^3}{2.4\,m^2} = 1.5\,m = \tilde{x}_{o4}$$

$$I_{x4} = \frac{6^3*t}{12} + 6*t*1.5^2 + 6*t*1.5^2 = 9\,m^4 \qquad I_{y4} = 9\,m^4$$

$$I_{xy4} = 6*t*(1.5)*(-1.5) + 6*t*(-1.5)*(1.5) = -5.40\,m^4$$

$$I_{v4} = \frac{1}{3}*12*0.2^3 = 0.032\,m^4 \qquad I_{\omega 4} \cong 0$$

L-osilla I_{xi}, I_{yi}, I_{vi} ja $I_{\omega i}$ ovat kaikilla samat termit I_{xyi} kenties vaihtelevat onhan osien asento paikalliskoordinaatistossa kullakin erilainen.

$$I_{xy2} = 1.2\,m^2 * \{(1.5)(-1.5) + (-1.5)(1.5)\} = -5.40\,m^4$$

$$I_{xy3} = 1.2\,m^2 * \{(-1.5)(-1.5) + (1.5)(1.5)\} = +5.40\,m^4$$

$$I_{xy4} = -5.40\,m^4$$

NELIÖOSA

$$I_{x1} = I_{y1} = \frac{1}{12}[6.2^4 - 5.8^4] = 28.83\,m^4 \qquad I_{xy1} = 0 \qquad I_{\omega 1} \simeq 0$$

$$I_{v1} = 4*\frac{\Omega^2}{p} = 4*\frac{[6*6]^2}{4*6}*t = 43.2\,m^4$$ vääntökirja s 112; Bredt II Lujuusopin perusteet

↳ jossa $\Omega \hat{=}$ ontelon ala $p = \oint \frac{ds}{t} = \frac{\text{piiri}}{t}$

Haetaan kokorakenteen vääntökeskiö. Rakenteiden Vääntö s.138

$$a_x = \frac{I_y^0 \sum (x_i I_{xi} - y_i I_{xyi}) + I_{xy}^0 \sum (y_i I_{yi} - x_i I_{xyi})}{I_x^0 I_y^0 - I_{xy}^{0\,2}}$$

Markkun prujun lausekkeet 2,57 auki kirjoitettuna ovat samat lausekkeet.

$$a_y = \frac{I_x^0 \sum (y_i I_{yi} - x_i I_{xyi}) + I_{xy}^0 \sum (x_i I_{xi} - y_i I_{xyi})}{I_x^0 I_y^0 - I_{xy}^{0\,2}}$$

Joissa $I_x^0 = \sum I_{xi}$ $I_y^0 = \sum I_{yi}$ $I_{xy}^0 = \sum I_{xyi}$

Suoritetaan laskelmat taulukon avulla

seinä	Vääntök. x_i	y_i	Neliömomentit I_{xi}	I_{yi}	I_{xyi}	Apuna tarvittavia suureita $x_i - a_x$	$(x_i-a_x)^2 * I_{xi}$	$y_i - a_y$	$(y_i-a_y)^2 * I_{yi}$	$(x_i-a_x)(y_i-a_y) * I_{xyi}$
1	0	9	28.83	28.83	0	−6.72	1302	5.51	875.7	0
2	0	−3	9	9	−5.4	−6.72	406	−6.69	402.8	−243
3	21	−3	9	9	5.4	14.28	1856	−6.69	402.8	−516
4	21	+3	9	9	−5.4	14.28	1835	−0.49	2.16	38
$\sum$			55.83	55.83	−5.4		5498		1683	−721

$$a_x = \frac{55{,}83\,[2*21*9 + 3*5{,}4] + (-5{,}4)[9*28{,}33 - 3*9 - 0]}{55{,}83*55{,}83 - 5{,}4^2} = 6.72\ m$$

$$a_y = \frac{55{,}83\,[+9*28{,}33 - 3*9 - 0] + (-5{,}4)[2*21*9 + 3*5{,}4]}{55{,}83*55{,}83 - 5{,}4^2} = 3.489\ m$$

SEINILLE TULEVAT NORMAALIJÄNNITYKSET σ_{zi}

Jaetaan ulkoisenkuorman rasitukset eri seinille. Vääntö kirjan kaavan 20.13 mukaisesti jolloin saadaan tuloksiksi $\bar{M}_{xi}$; $\bar{M}_{yi}$ ja $\bar{B}_i$. tai lausekkeet (2,16) MT.

$$\bar{\bar{M}}_{xi} = \frac{I_{xy}^0 I_{xi} - I_x^0 I_{xyi}}{DET}\bar{\bar{M}}_y + \frac{I_y^0 I_{xi} - I_{xy}^0 I_{xyi}}{DET}\bar{\bar{M}}_x + \frac{I_{xi}(x_i - a_x) - I_{xyi}(y_i - a_y)}{\bar{\bar{I}}_\omega}\bar{\bar{B}}$$

$$\bar{\bar{M}}_{yi} = \frac{I_x^0 I_{yi} - I_{xy}^0 I_{xyi}}{DET}\bar{\bar{M}}_y + \frac{I_{xy}^0 I_{yi} - I_y^0 I_{xyi}}{DET}\bar{\bar{M}}_x + \frac{I_{yi}(y_i - a_y) - I_{xyi}(x_i - a_x)}{\bar{\bar{I}}_\omega}\bar{\bar{B}}$$

Jossa kokonaissektoriaalinen neliömomentti on (2,29) MT.

$$I_\omega = \sum I_{\omega i} + \sum [(y_i - a_y)^2 I_{yi} + (x_i - a_x)^2 I_{xi} - 2(x_i - a_x)(y_i - a_y) I_{xyi}]$$

ja $DET = I_x^0 I_y^0 - I_{xy}^{0\,2}$

Tälläkertaa $\underline{DET} = 55.83 * 55.83 - 5{,}4^2 = \underline{\underline{3088}}$

$\bar{I}_{\omega} = 0 + 5498 + 1683 - 2*(-721) = \underline{\underline{8623}}$

Kun kuormituksessa on tuulikuorma y-suuntaan niin $\bar{M}_y = 0$ ja vain $\bar{M}_x$ ja $\bar{B}$ ovat nollastapoikkeavat.

$$\bar{\bar{M}}_{x1} = \frac{55{,}83 * 28{,}83 - 0}{3088}\,\bar{M}_x + \frac{28{,}83 * (-6.72) - 0}{8623}\,\bar{B}$$

$$\bar{\bar{M}}_{y1} = \frac{-5{,}4 * 28{,}83 - 0}{3088}\,\bar{M}_x + \frac{28{,}83 * (-5{,}51) - 0}{8623}\,\bar{B}$$

$$\bar{\bar{M}}_{x3} = \frac{55{,}83 * 9 + 5.4 * 5.4}{3088}\,\bar{M}_x + \frac{9 * (14.28) - 5.4 * (-6.49)}{8623}\,\bar{B}$$

$$\bar{\bar{M}}_{y3} = \frac{-5.4 * 9 - 55{,}83 * 5.4}{3088}\,\bar{M}_x + \frac{9 * (-6.49) - 5.4 * (14.28)}{8623}\,\bar{B}$$

① $\bar{\bar{M}}_{x1} = 0.521\,\bar{M}_x - 0.022\,\bar{B}$ $\qquad$ $\bar{\bar{M}}_{y1} = -0.050\,\bar{M}_x + 0.018\,\bar{B}$

③ $\bar{\bar{M}}_{x3} = 0.172\,\bar{M}_x + 0.019\,\bar{B}$ $\qquad$ $\bar{\bar{M}}_{y3} = -0.113\,\bar{M}_x - 0.016\,\bar{B}$

Jännitykset lasketaan nyt tavalliseen tapaan, jos x_i, y_i pääkoordinaatisto.

$$\sigma_{zi} = \frac{\bar{\bar{M}}_{xi}}{I_{xi}} * y_i - \frac{\bar{\bar{M}}_{yi}}{I_{yi}} * x_i + \frac{\bar{B}}{\bar{I}_{\omega}} * \omega_i$$

Huomioi, ellei x_i ja y_i ovat paikalliskoordin.

ω_i on osan i paikallinen sektoriaalinen koordinaatti.

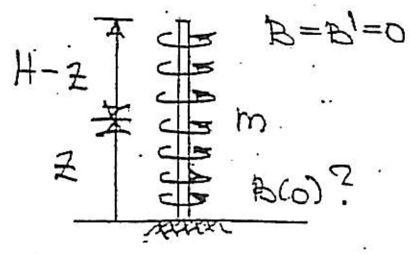
Lasketaan tuulikuorman synnyttämät $\bar{M}_x$ ja $\bar{B}$.

Vääntö $\quad$ D.Y. $\Theta'''' - k^2\Theta'' = \frac{m}{EI_{\omega}}$ tai $B'' - k^2 B = -m$

jossa $k^2 = \frac{GI_v^0}{EI_{\omega}}$ $\qquad$ $I_v^0 = \sum I_{vi} = 43.2 + 3 * 0.03 = 43.3\,m^4$

$k^2 = \frac{G\,43.3}{2G * 8623} = \underline{2.53 \cdot 10^{-3}}$ $\qquad$ $k * H = 0.050 * 30 = \underline{\underline{1.509}}$

Jos $kH < 1$ olisi kysymyksessä leikkausvoimavääntö ja tällöin.



Analogia taivutukseen

$$\left.\begin{array}{l} B'' = -m \\ M_t'' = -q \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{B(0) = -\tfrac{1}{2} m H^2}}$$

Tarkastellaan yhdistetyn väännön tehtävää.

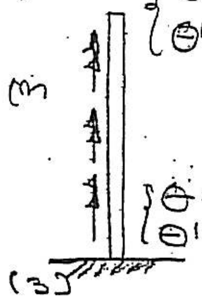
DY $\theta'''' - k^2\theta'' = \frac{m}{EI_\omega}$ $\qquad M_B = -EI_\omega\theta'' \hat{=}$ Bimomentti

yleinen ratkaisu on $\theta_H = A + Bkz + C\sinh kz + D\cosh kz$

Eräs yksityisratkaisu on $\theta_y = -\frac{1}{2}\frac{m}{k^2 EI_\omega} z^2$

Ratkaistaan vakiot reunaehdoista

$\begin{cases}\theta'' = 0 \\ \theta''' - k^2\theta' = 0\end{cases}$



m

$\begin{cases}\theta = 0 \\ \theta' = 0\end{cases}$

$\theta(0) = A + D = 0 \qquad (1)$

$\theta'(0) = Bk + Ck = 0 \Rightarrow B + C = 0 \qquad (2)$

$\theta''(H) = Ck^2\sinh kH + Dk^2\cosh kH - \frac{m}{k^2 EI_\omega} = 0 \qquad (3)$

$\theta'''(H) - k^2\theta' = Ck^3\cosh kH + Dk^3\sinh kH - Bk^3$
$\qquad - Ck^3\cosh kH - Dk^3\sinh kH - k^2 * \left(-\frac{mH}{k^2 EI_\omega}\right) = 0$

$\Rightarrow Bk^2 = \frac{mH}{kEI_\omega} \qquad Ck^2 = -\frac{mH}{kEI_\omega}$

$(3) \Rightarrow Dk^2 = \left\{\frac{m}{k^2 EI_\omega} + \frac{mH}{kEI_\omega} * \sinh kH\right\} / \cosh kH$

$Dk^2 = \frac{m}{k^2 EI_\omega \cosh(kH)}\left\{1 + kH * \sinh(kH)\right\}$

Kun vain $M_B(0)$ kiinnostaa ja se on $M_B(0) = -EI_\omega\theta''(0)$

$M_B(0) = [Ck^2\sinh(0) + Dk^2\cosh(0) - \frac{m}{k^2 EI_\omega}] * (-EI_\omega)$, missä $\sinh(0) = 0$ ja $\cosh(0) = 1$

$M_B(0) = \frac{-m}{k^2\cosh(kH)}\left\{1 + kH\sinh(kH) - \cosh(kH)\right\}$

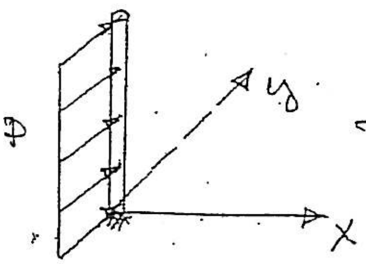
Nyt $m = 300 \quad H = 30 \quad k^2 = 2{,}53\cdot 10^{-3} \quad kH = 1{,}509$

$M_B(0) = \frac{-300 * 1000}{2{,}53 * 2{,}3716}\left\{1 + 1{,}509 \times 2{,}1505 - 2{,}3716\right\}$

Bimomentti tyvellä on siis $\bar{B}(0) = -93667$

Leikkausvoimaväännön teorialla se on $-135\,000$

Taivutus :



$M_x(0) = -\frac{1}{2} p H^2 \qquad M_y(0) = 0$

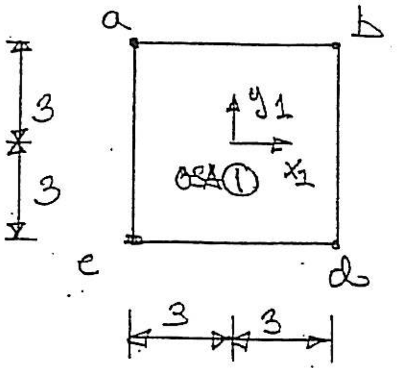
Tuulikuorma : $p = L * q_f = 39 * 1$ kN/m

$m = p * d = 39 * 7.68 = 300 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

jossa $d = 0.6 * 39 - (9 + 6.72) = 7.68$ m

Perustustasossa kuormitus on siis $\begin{cases} M_x(0) = -17550 \text{ kNm} \\ M_y(0) = 0 \\ B(0) = -93667 \text{ kNm}^2 \end{cases}$

Seinän ① jännitysjakautuma :



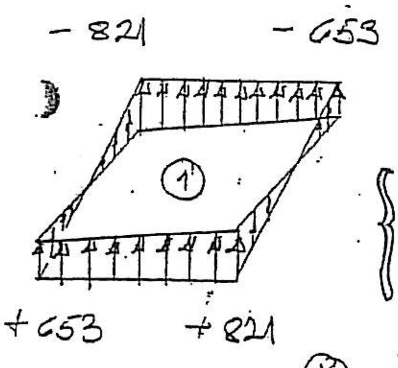
$$\begin{cases} \bar{\bar{M}}_{x_1} = 0.521 * (-17550) - 0.022 * (-93667) = -7083 \\ \bar{\bar{M}}_{y_1} = -0.050 * (-17550) + 0.018 * (-93667) = -808 \end{cases}$$

$$\sigma_{z1} = \frac{\bar{\bar{M}}_{x1}}{I_{x_1}} * y_1 - \frac{\bar{\bar{M}}_{y1}}{I_{y_1}} * x_1 + \cancel{\frac{\bar{\bar{B}}}{I_\omega} * \omega_1} \to 0$$

$$\sigma_{z1} = -246 * y_1 - 28 * x_1$$

$\sigma_{za} = -821 \qquad \sigma_{zb} = -653$

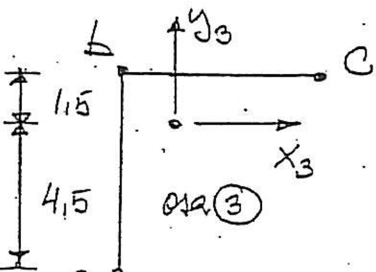
$\sigma_{zc} = +653 \qquad \sigma_{zd} = +821$



Seinän ③ jännitysjakautuma :

$$\begin{cases} \bar{\bar{M}}_{x_3} = 0.172 * (-17550) + 0.019 * (-93667) = -4798 \\ \bar{\bar{M}}_{y3} = -0.113 * (-17550) - 0.016 * (-93667) = 3482 \end{cases}$$

(*) $$\sigma_{z3} = \frac{I_{y3} \bar{\bar{M}}_{x3} + I_{xy3} \bar{\bar{M}}_{y3}}{I_{x3} I_{y3} - I_{xy3}^2} * y_3 - \frac{I_{x3} \bar{\bar{M}}_{y3} + I_{xy3} \bar{\bar{M}}_{x3}}{I_{x3} I_{y3} - I_{xy3}^2} * x_3 + \cancel{\frac{\bar{\bar{B}}}{I_\omega} \omega_3} \to 0$$

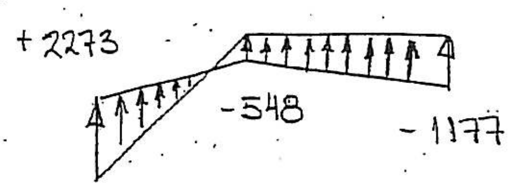


$\Rightarrow \sigma_{z3} = -470 * y_3 - 105 * x_3$

$\sigma_{za} = 2273$

$\sigma_{zb} = -548$

$\sigma_{zc} = -1177$



(*) Huomaa että $x_3 y_3$ ei ole paikallinen pääkoordinaatisto joten pitää käyttää tätä pitempää lauseketta (katso perusteet)

Lasketaan sama vääntökirjan lausekkeella (20.12) $\boxed{2.32\ M}$

$$\bar{\bar{\sigma}}_{zi} = \frac{I_y^\circ \bar{M}_x + I_{xy}^\circ \bar{\bar{M}}_y}{I_x^\circ I_y^\circ - I_{xy}^{\circ 2}}(y - y_{oi}) - \frac{I_x^\circ \bar{M}_y + I_{xy}^\circ \bar{M}_x}{I_x^\circ I_y^\circ - I_{xy}^{\circ 2}}(x - x_{oi}) + \frac{\bar{\bar{B}} \cdot \bar{\omega}_i}{\bar{I}_\omega}$$

jossa $\bar{\omega}_i$ on osan (i) keskimääräinen sektoriaalinen koordinaatti

Tässä tehtävässä kun $\bar{\bar{M}}_y = 0$ ja $x - x_{oi} = x_i$ $y - y_{oi} = y_i$

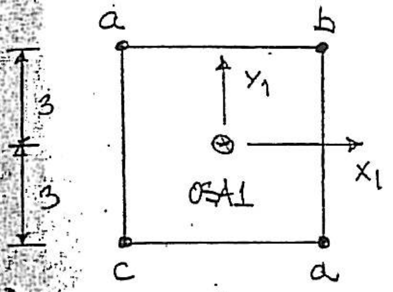
$$\bar{\bar{\sigma}}_{zi} = \frac{5583}{3088} \bar{M}_x * y_i - \frac{-5.4}{3088} \bar{M}_x * x_i + \frac{\bar{\bar{B}}}{8623} * \bar{\omega}_i$$

$$\sigma_{zi} = -317 * y_i - 30.7 * x_i - 10.86 * \bar{\omega}_i$$

keskimääräinen sektoriaalinen koordinaatti $\bar{\omega}_i$ on

$$\bar{\omega}_i = (y - y_{oi})(x_i - a_x) - (x - x_{oi})(y_i - a_y) + \omega_i(x_i, y_i)$$

Osa (1) $\bar{\omega}_1 = (y - 9)(0 - 6.72) - (x - 0)(9 - 3.49) + 0$



Tarkastellaan nurkat a → d

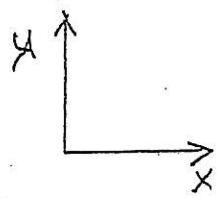
a $\bar{\omega}_{1a} = 3 * (-6.72) - (-3)(5.51) = -3.63$

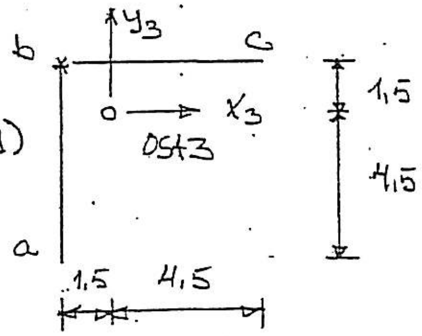
b $\omega_{1b} = 3 * (-6.72) - (3)(5.51) = -36.69$

c $\omega_{1c} = -3 * (-6.72) - (-3)(5.51) = +36.69$

d $\omega_{1d} = -3 * (-6.72) - (3)(5.51) = +3.63$

VK ⊕





Osa (3) $\bar{\omega}_3 = (y + 4.5)(21 - 6.72) - (x - 22.5)(-3 - 3.49)$

$+ 0$

a $\bar{\omega}_{3a} = (-4.5)(14.28) + (1.5)(-6.49) = -74.0$

b $\bar{\omega}_{3b} = (1.5)(14.28) + (1.5)(-6.49) = +11.7$

c $\bar{\omega}_{3c} = (1.5)(14.28) - (4.5)(-6.49) = +50.6$

Taivutuksesta syntyvät jännitykset:

Osa (1)
a = −859
b = −1043
c = + 1043
d = + 859

Osa (3)
a = 1473
b = −429
c = −614

Bimomentin aiheuttamat jännitykset.

osa ①

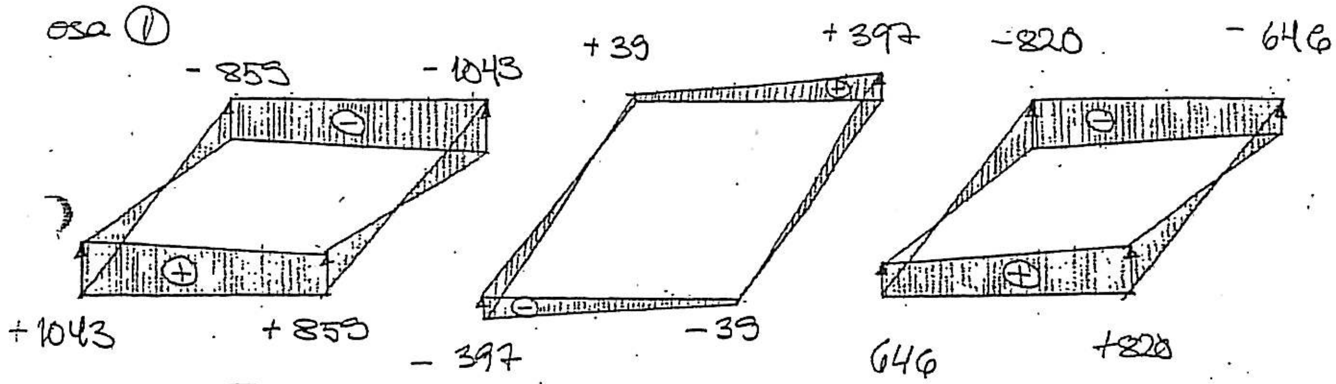
$a = -10{,}83 * (-3{,}63) = 39.3$
$b = -10{,}83 * (-36{,}69) = 397$
$c = -10{,}83 * (+36{,}69) = -397$
$d = -10{,}83 * (+3{,}63) = -39.3$

osa ③

$a = 801$
$b = -127$
$c = -548$

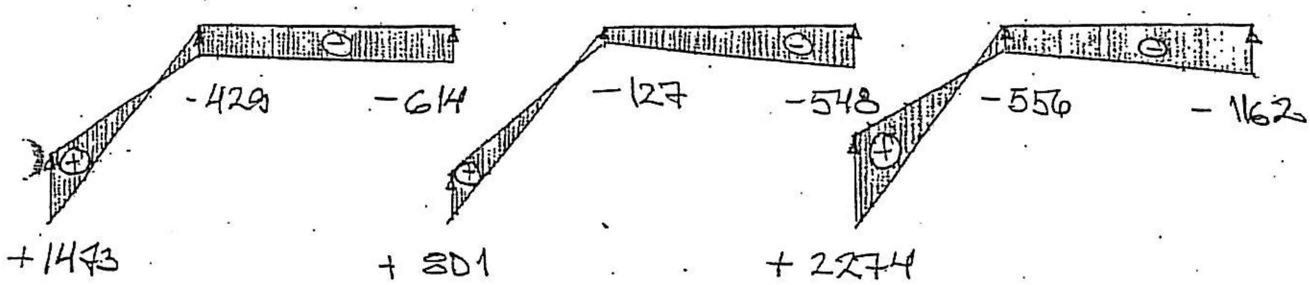
Jännitykset ovat kokonaisuudessaan:

osa ①



taivutus vääntö (B) kokonaisjännitys.

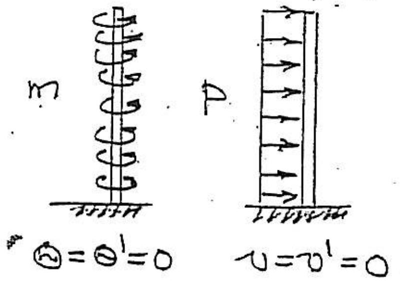
osa ③



taivutus vääntö (B) kokonaisjännitys.

Kummallakin tavalla laskien saadaan samat tulokset.

Rakennuksen kiertymä ja nurkan siirtymä δ_A.



Nyt jos kysymyksessä oli leikkausvoima-vääntö käytetään hyväksi analogiaa taivutukseen.

$$v(H) = \frac{pH^4}{8EI} \qquad \Theta(H) = \frac{mH^4}{8EI_\omega}$$

$$\Theta(H) = \frac{mH^4}{8EI_\omega} = \frac{300*30^4}{8*3*10^7*8623} = 117*10^{-6}$$

Taivutus on hieman hankalampi sillä xy-koordinaatisto ei ole pääkoordinaatisto sillä $I_{xy} \neq 0$.

Vääntökirjan mukaan 20.20

$$\begin{cases} EI_y^\circ v_x'''' + EI_{xy}^\circ v_y'''' = p_x = 0 \Rightarrow v_x'''' = -\dfrac{EI_{xy}^\circ}{EI_y^\circ} v_y'''' \\ EI_{xy}^\circ v_x'''' + EI_x^\circ v_y'''' = p_y = p \end{cases}$$

$\leftarrow$ sijoitetaan

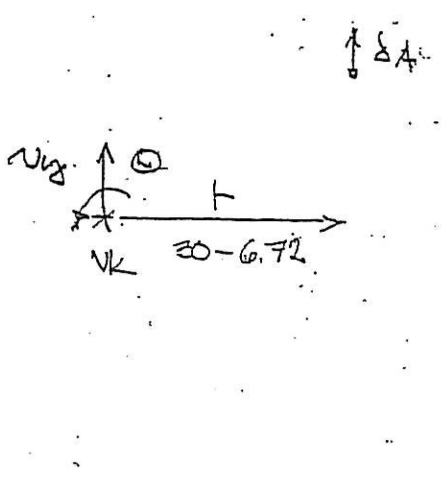
$$\Rightarrow E\left[I_x^\circ - \frac{I_{xy}^{\circ 2}}{I_y^\circ}\right] v_y'''' = p$$

jos merkitään $I \triangleq \dfrac{I_x^\circ I_y^\circ - I_{xy}^{\circ 2}}{I_y^\circ}$

saadaan tavallinen dy $EIv_y'''' = p$ jolloin rakennuksen huipulla saadaan vääntökeskiön y suuntaiseksi taipumaksi

$$v_y(H) = \frac{p*I_y^\circ*H^4}{8*[I_x^\circ I_y^\circ - I_{xy}^{\circ 2}]E} = \frac{39*55.83*30^4}{8*3*10^7[55.83^2 - 5.4^2]}$$

$$v_y(H) = 2.38\,mm$$



Nurkan siirtymä δA

$$\delta_A = v_y + \Theta(H)*r$$

$$\delta_A = 2.38 + 0.117*23.28 = 2.38 + 2.73$$

$$\delta_A = 5.11\,mm$$

Lasketaan rakenteen kiertymä yhdistellyllä teorialla

$$\Theta(H) = A + B\,kH + C\sinh kH + D\cosh kH - \frac{1}{2}\frac{m}{k^4 E I_\omega}(kH)^2$$

jossa $D = -A = \frac{m}{k^4 E I_\omega} * \left[\frac{1 + kH\sinh kH}{\cosh kH}\right]$

$B = -C = \frac{m}{k^4 E I_\omega} * (kH)$

ja nyt $kH = 1.509$ $\sinh kH = 2.1505$ $\cosh kH = 2.3716$

sekä $\frac{m}{E I_\omega\, kH} = \frac{300}{3 \cdot 10^7 \cdot 8623 \cdot (2.53 \cdot 10^{-3})^2} = 181.2 \cdot 10^{-6}$

$\tilde{A} = -1.790$ $\tilde{B} = 1.509$ $\tilde{C} = -1.509$ $\tilde{D} = 1.790$

$$\Theta(H) = 181.18 \cdot 10^{-6} * \left\{-1.790 + 1.509 * 1.509 - 1.509 * 2.1505 + 1.790 * 2.3716 - \frac{1.509^2}{2}\right\}$$

$$\underline{\underline{\Theta(H) = 181{,}18 \cdot 10^{-6} * \{348.56 \cdot 10^{-3}\}}} = \underline{\underline{63.15 \cdot 10^{-6}}} \rightarrow \underline{\underline{S_A = 3.85\,mm}}$$

yhteensä:

yhdistelty teoria $B(0) = -93667\ kNm^2$
$\Theta(H) = 63.2 * 10^{-6}$

leikkausvoimavääntö $B(0) = 135000\ kNm^2$
teoriakäyttö ei sallu $\Theta(H) = 117 \cdot 10^{-6}$
tulla alueella

Bimomentin tukiarvon lauseke oli

$$B(0) = -mH^2 * \left[\frac{1 + kH\sinh kH - \cosh kH}{(kH)^2\cosh kH}\right]$$

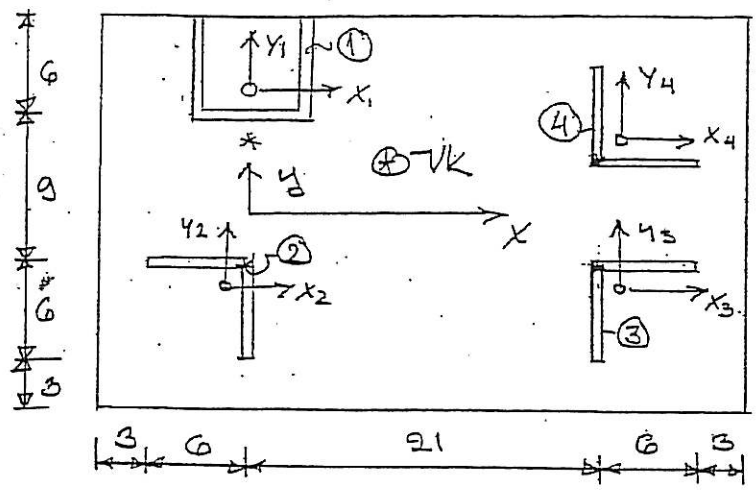
kehitetään $\sinh kH$ ja $\cosh kH$ sarjoiksi jolloin

$$B(0) = -mH^2 * \left\{\frac{1 + (kH)[kH + (kH)^3/3! + (kH)^5/5! \ldots] - [1 + (kH)^2/2! + (kH)^4/4! \ldots]}{(kH)^2[1 + (kH)^2/2! + (kH)^4/4! + \ldots]}\right\}$$

$$B(0) = -\frac{1}{2}mH^2 * \left\{1 - \frac{1}{4}(kH)^2 + \frac{7}{72}(kH)^4 + \ldots\right\}$$

Jos $kH < 1$ niin $B(0) \rightarrow -\frac{1}{2}mH^2$ eli leikkausvoimavääntöä vastaavaa lauseketta.

Entäpä jos kotelon ulkoseinä puuttuukin ?



Merkinnät :

o pintakeskiö * vääntökeskiö

X_{oi} pintakeskiö koordinaatti

X_i vääntökeskiö —"—

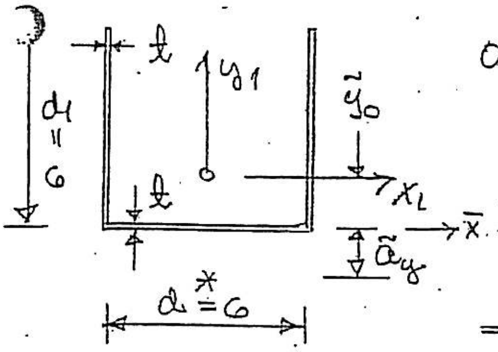
a_x kokorakenteen vk-koord.

Edellä lasketuille ⊥ kappaleille poikkileikkaussuureet

$I_{xi} = I_{yi} = 9 \quad I_{vi} = 0.032$

$I_{xy2} = I_{xy4} = -5.4 \quad I_{xy3} = 5.4$

$I_{\omega i} \equiv 0$



OSAN ① pintasuureet (vääntökirja s 75 Es 1

$$\underline{\tilde{a}_y} = \frac{d_1}{2 + \frac{d*t}{3*d_1*t_1}} = \frac{6}{2+\frac{1}{3}} = \underline{2.571\,m}$$

$$\underline{\tilde{y}_0} = \frac{S_{\bar{x}}}{A} = \frac{2*6*t*3}{3*6*t} = \underline{2.000\,m}$$

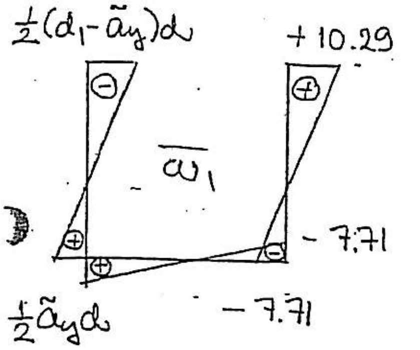
$$\underline{I_{X_1}} = \frac{2*t*6^3}{12} + (6t)*2^2 + (12t)*1^2 = \underline{14.40}$$

$$\underline{I_{Y_1}} = \frac{t*6^3}{12} + (12t)*3^2 = \underline{25.20}$$

$$I_{\omega_1} = \tilde{a}_y^2 I_{X_1} + \frac{1}{6}(d_1 - 3\tilde{a}_y)d^2 d_1^2 t_1$$

$$\underline{I_{\omega_1}} = 2.571^2 * 14.40 + \frac{1}{6}(6 - 3*2.571)6^2*6^2*0.2 = \underline{21.18}$$

$$\underline{I_{xy_1} = 0} \text{ sym.} \quad \underline{I_{V1}} = \frac{1}{3}*t^3*18 = \underline{0{,}048}$$



Laskelmataulukko on nyt

OSA	VÄÄNTÖK. x_i	y_i	NELIÖMOMENTIT I_{xi}	I_{yi}	I_{xyi}	Apuna tarvittavia suureita $x_i - a_x$	$()^2 * I_{xi}$	$y_i - a_y$	$()^2 * I_{yi}$	$(x_i-a_x)(y_i-a_y)*I_{xyi}$
1	0	3.43	14.40	25.20	0	-9.50	1299.6	3.27	269.5	0
2	0	-3	9	9	-5.4	-9.50	812.3	-3.16	89.9	-162.1
3	21	-3	9	9	+5.4	11.50	1190.3	-3.16	89.9	-196.2
4	21	+3	9	9	-5.4	11.50	1190.3	-3.16	89.9	+196.2
			41.40	52.20	-5.4		4871		539	-162.1

Vääntökeskiö koordinaatit kaavalla 20.9'. Nyt saadaan

$$\underline{\underline{a_x}} = \frac{52.2*[2*21*9+3*5.4]+(-5.4)[3.43*25.2-3*9-0]}{41.40*52.20-5.4^2} = \underline{\underline{9.50\,m}}$$

$$\underline{\underline{a_y}} = \frac{41.40*[3.43*25.2-3*9-0]+(-5.4)[2*21*9+3*5.4]}{41.40*52.20-5.40^2} = \underline{\underline{0.16\,m}}$$

Jaetaan kuorma seinille ① ja ③ kaavan 20.13. mukaisesti. Nyt

$$DET = 41.4*52.2-5.4^2 = 2132$$

$$I_\omega = 21.18 + 4871 + 539 - 2*(-162.1) = 5755$$

$$\begin{cases} \bar{\bar{M}}_{x1} = \dfrac{52.2*14.4-0}{2132}\bar{\bar{M}}_x + \dfrac{14.4*(-9.5)-0}{5755}\bar{\bar{B}} = \underline{0.353\bar{\bar{M}}_x - 0.024\bar{\bar{B}}} \\ \bar{\bar{M}}_{y1} = \dfrac{-5.4*25.2-0}{2132}\bar{\bar{M}}_x + \dfrac{25.2*(3.27)-0}{5755}\bar{\bar{B}} = \underline{\underline{-0.062\bar{\bar{M}}_x + 0.014\bar{\bar{B}}}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{\bar{M}}_{x3} = \dfrac{52.2*9+5.4*5.4}{2132}\bar{\bar{M}}_x + \dfrac{9*11.5+5.4*3.16}{5755}\bar{\bar{B}} = \underline{\underline{0.234\bar{\bar{M}}_x + 0.021\bar{\bar{B}}}} \\ \bar{\bar{M}}_{y3} = \dfrac{-5.4*9-52.2*5.4}{2132}\bar{\bar{M}}_x + \dfrac{9*(-3.16)-5.4*11.5}{5755}\bar{\bar{B}} = \underline{\underline{-0.165\bar{\bar{M}}_x - 0.016\bar{\bar{B}}}} \end{cases}$$

Perustustasossa:

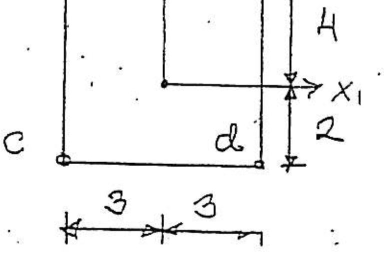
$$\bar{\bar{M}}_x = -\tfrac{1}{2}p*H^2 = -\tfrac{1}{2}*39*30^2 = -17\,550\text{ kNm}$$

$$r = 0.6*39-9-9.5 \qquad \bar{\bar{B}} = -\tfrac{1}{2}m*H^2 = -\tfrac{1}{2}*39*r*30^2 = -85995\text{ kNm}^2$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\bar{M}}_{x1} = -4132\text{ kNm} \\ \bar{\bar{M}}_{y1} = -116\text{ kNm} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \bar{\bar{M}}_{x3} = -5913\text{ kNm} \\ \bar{\bar{M}}_{y3} = 4096\text{ kNm} \end{bmatrix}$$

OSA ① : Jännitykset

$$\sigma_{z①} = \frac{\bar{\bar{M}}_x}{I_{x1}}*y_1 - \frac{\bar{\bar{M}}_y}{I_{y1}}*x_1 + \frac{\bar{\bar{B}}}{I_\omega}*\omega_1(x,y)$$



Taivutus: $\underline{\sigma^t_{z1} = -287*y_1 + 4.6*x_1}$

Vääntö (B): $\underline{\underline{\sigma^v_{z1} = -14.9*\omega_1(x,y)}}$

$$\sigma_{za} = -287*4+4.6*(-3)-14.9*(-10.3) = -1008$$

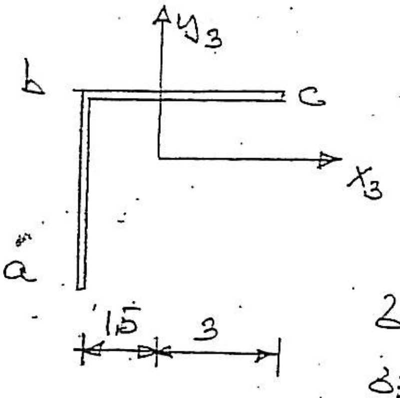
$$\sigma_{zc} = -287*(-2)+4.6*(-3)-14.9*(+7.7) = 445$$

$$\sigma_{zd} = -287*(-2)+4.6*(3)-14.9*(-7.7) = 702$$

$$\sigma_{zb} = -287*4+4.6*3-14.9*10.3 = -1287.$$

Osa (3) Jännitykset

Huomaa että $x_3 y_3$ ei ole pääkoordinaatisto.



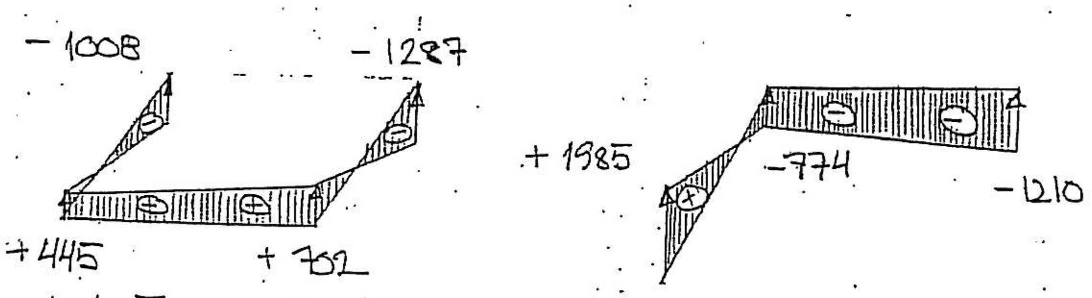
$$\sigma_{z3} = \frac{I_{y3}\bar{M}_{x3} + I_{yx3}\bar{M}_{y3}}{I_{x3}I_{y3} - I_{yx3}^2} * y_3 - \frac{I_{x3}\bar{M}_{y3} + I_{xy3}\bar{M}_{x3}}{I_{x3}I_{y3} - I_{xy3}^2} * x_3 + \frac{\bar{\bar{B}}}{\bar{\bar{I}}_\omega} * \omega_3$$

$$\underline{\underline{\sigma_{z3} = -613 * y_3 - 97 * x_3 + 0}}$$

$$\sigma_{za} = -613 * (-3{,}0) - 97 * (-1{,}5) = 1985$$

$$\sigma_{zb} = -613 * (1{,}5) - 97 * (-1{,}5) = -774$$

$$\sigma_{zc} = -613 * (1{,}5) - 97 * (3{,}0) = -1210$$



taivutus + vääntö

Rakenteen nurkan siirtymä ja kiertymä

Kysymyksessä on edelleen leikkausvoimavääntö sillä

$$k^2 = \frac{GI_v}{EI_\omega} = \frac{0.048 + 3 * 0.032}{2 * 5755} = 12.5 * 10^{-6} \qquad \underline{\underline{k * H = 0.106 \ll 1}}$$

Kiertymä $\underline{\underline{\Theta(H)}} = \frac{mH^4}{8EI_\omega} = \frac{39 * 4.9 * 30^4}{8 * 3 * 10^7 * 5755} = \underline{\underline{112 * 10^{-6}}}$

Huomio kiertymä pieneni joten antenni voidaan asentaa.

Vääntökeskiön taipuma $\quad v_y(H) = \dfrac{p * I_y^\circ * H^4}{8 * E * [I_x^\circ I_y^\circ - I_{xy}^{\circ 2}]}$

$$v_y(H) = \frac{39 * 52{,}2 * 30^4}{8 * 3 \cdot 10^7 [52{,}2 * 42{,}4 - 5{,}4^2]} \Rightarrow \underline{\underline{v_y(H) = 3{,}15\ \text{mm}}}$$

Nurkan siirtymä:

$$\delta_A = v_y(H) + \Theta(H) * r$$

$$\delta_A = 3.15 + 0.122 * 19.5 = 3{,}15 + 2.38$$

$$\underline{\underline{\delta_A = 5.52\ \text{mm}}}$$