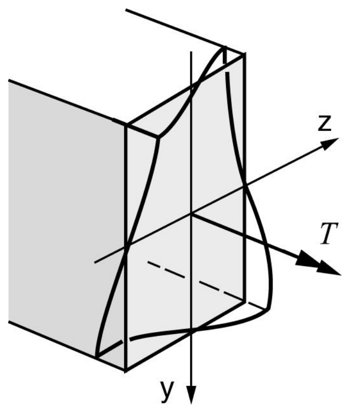
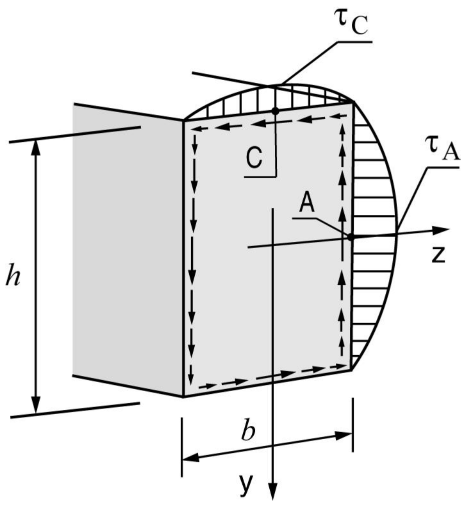


Kuva 1 Suorakulmiopoikkileikkaus



Kuva 2 Vääntöjännityksen huippuarvot τ_A ja τ_C

Jos poikkileikkaus on *suorakulmio*, jonka leveys on b ja korkeus h, niin vapaassa väännössä poikkileikkaus deformoituu kuvan 1 mukaisesti. Poikkileikkauksen kaksi symmetria-akselia eivät koe poikkipintapainumaa.

Suorakulmiopoikkileikkauksen suurin liukuma γ ja siten suurin leikkausjännitys τ_A esiintyy *pidemmän* sivun keskellä kuvan 2 mukaisesti. Nurkissa $\gamma = 0$, joten siellä myös $\tau = 0$. Toinen vääntöjännityksen huippuarvo τ_C on lyhyemmän sivun keskipisteessä.

Kimmoteorian avulla voidaan osoittaa, että vääntöneliömomentti I_v ja vääntövastus W_v ovat muotoa

$$I_v = \alpha\, h\, b^3 \qquad (1)$$

$$W_v = \beta\, h\, b^2 \qquad (2)$$

missä kertoimet α ja β saadaan alla olevasta taulukosta.

Voidaan osoittaa, että

$$\lim_{h/b \to \infty} \alpha = \lim_{h/b \to \infty} \beta = \frac{1}{3} \qquad (3)$$

Tästä seuraa, että *kapean* suorakulmion

$$I_v \approx \frac{1}{3} h\, b^3 \qquad (4)$$

$$W_v = \frac{1}{3} h\, b^2 \qquad (5)$$

h/b	1	1,5	2	2,5	3	4	5	6	10	∞
α	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,299	0,312	0,333
β	0,208	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,299	0,312	0,333

Vääntymä ja maksimileikkausjännitys saadaan tämän jälkeen kaavoista

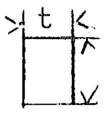
$$\Theta = T / G I_v \quad , \qquad \tau_{max} = T / W_v \qquad (6)$$

Kaavasta 6.6' saadaan vastaava vääntövastuksen likiarvo

$$\boxed{W_v = \frac{A r_{min}}{2}} \tag{7.2}$$

jossa A on poikkileikkauksen pinta-ala ja r_{min} on reunaviivan pienin etäisyys vääntökeskiöstä. Tämä voidaan massiivisissa poikkileikkauksissa katsoa sijaitsevan painopisteessä.

Taulukko 1

Suorakaiteen 

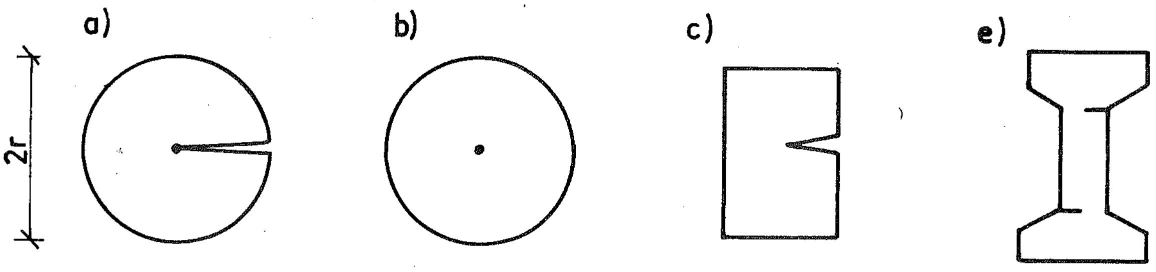
vääntöjäyhyysmomentti $I_v = k\, t^3\, b$; $(t < b)$

vääntövastus $W_v = k_1\, t^2\, b$

	b/t	1	1.2	1.5	2.0	3	4	5	10	∞
k	Tarkka arvo	0.1407	0.166	0.196	0.229	0.263	0.281	0.291	0.312	0.333
k	$\frac{A^4}{40 I_p} = \frac{3}{10}\frac{(\frac{b}{t})^2}{1+(\frac{b}{t})^2}(bt^3)$	0.150	0.177	0.208	0.240	0.270	0.282	0.280	0.297	0.300
k	$\frac{4 I_x I_y}{I_p} = \frac{1}{3}\frac{(b/t)^2}{1+(\frac{b}{t})^2} bt^3$	0.167	0.196	0.231	0.266	0.300	0.313	0.320	0.330	0.333
k_1		0.208	0.219	0.231	0.246	0.267	0.282	0.291	0.312	0.333

Edellä esitetyt likiarvot hitausmomentille ja vääntövastukselle antavat verrattain oikeita arvoja, kun poikkileikkauksen ääriviiva on kupera ulospäin (esim. suorakaide, säännölliset monikulmiot, soikiot vrt. taul. 1). Muunlaisille poikkileikkauksille ne kuitenkin saattavat antaa täysin erheellisiä arvoja.

Esim. Ympyrä, jossa on keskipisteeseen ulottuva halkeama (kuva 7.1a) Tarkka arvo $I_v = 0.878\, r^4$. Likiarvo 7.1 antaa ehjän ympyrän (kuva 7.1b) vääntöjäyhyysmomentin $I_v = 1{,}57\, r^4$.



Kuva 7.1.

Kaavan ilmaiseman yhteenlaskusäännön mukaan on vääntöjäykkyys = luvallisten ϕ_i-funktioiden määrittelemien jäykkyyksien summa, jos niiden jännityskentät ovat ortogonaaliset (vrt. kaava 3.32').

Karkean approksimaation saamiseksi riittää, kun jaetaan poikkileikkaus osiin A_i, jotka eivät peitä toisiaan. Esim. hajoitetaan poikkileikkaus suorakaiteisiin, joiden I_v:t määrätään taulukoiden avulla (kuva 7.3 a)

$$I'_{vo} = I_{v1} + I_{v2} + I_{v3} + I_{v4} < I_v$$

Tarkempi arvo saadaan, kun valitaan $\phi_1 = \phi_a(xy)$ sellaiseksi, että kohouman kaltevuus on 1:1 poikkileikkauksen reunavyöhykkeillä, jonka leveys on vakio $c_k = 0,25 - 0,4\ t_k$, jossa t on suurimman sisäänpiirretyn suorakaiteen pienempi sivumitta. Jos poikkileikkaus koostuu suorakaiteista, valitaan $c_k = t_{k/4}$ (kuva 7.3).

Varjostetulla osalla A'_a on $\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 = 1$, joten

$$I_{va} = \frac{(2V'_a)^2}{A'_a} \qquad 7.12)$$

Jossa V_a on ϕ_a kohouman tilavuus (tasanteiden kohdalla olevat tilavuudet mukaanluettuna). Tämän jälkeen määrätään tasanteiden A_2, A_3, A_4 jäykkyydet $I_{\sqsupset}$. Suorakaiteelle (A_2) nämä määrätään suoraan, muille muodostetaan ϕ_a funktio. Prosessia jatketaan kunnes kaikki osapoikkileikkaukset supistuvat suorakaiteiksi A_2, A_5, A_6 tai kapeiksi kaistaleiksi.

Vihdoin voidaan jokaiselle A'_a poikkileikkauksen varjostetulle alueelle, jossa leikkausjännityksen suunta on muuttumaton, sijoittaa alueen sisäänpiirretyn suorakaiteen tai ellipsin jännityskenttä $I_{\blacksquare}$. Kaikkien yllämainittujen osapoikkileikkausten τ-kentät ovat ortogonaaliset, joten kaavan 7.11) mukaan

$$\text{Max } I'_v = \Sigma\, I_{va} + \Sigma\, I_{v\blacksquare} + \Sigma\, I_{v\sqsupset} \qquad 7.12')$$

Tässä $I_{va} = \dfrac{(2V'_a)^2}{A'_a}$

$I_{va\blacksquare}$ varjostetut suorakaiteet tai A'-pintaa vastaava <u>avoin</u> poikkileikkaus

$I_{v\square}$ valkoiset suorakaiteet (tasanteet) A_4

$I_{v\sqsupset}$ avoimet ohutseinäiset poikkileikkaukset

Esim. T-poikkileikkaus

I Jako osapintoihin 1,2

$$I_I = I_1 + I_2 = 0.229 \cdot 2c^4 + 0.141\ c^4$$

$$I_I = 0.599\ c^4$$

II

$$I'_v = I_{va} + \Sigma I_v + \Sigma I_v$$

$$I_{va} = \frac{(2V'_a)^2}{A'_a} = \frac{(2 \cdot 0.521)^2}{1.75}\ c^4 = 0.622c^4$$

$$I_{v1} = 0.298.6 \cdot (c/4)^4 = 0.00697c^4$$

$$3I_{v2} = 3 \cdot 0.229 \cdot 2(c/4)^4 = 0.00536c^4$$

$$2I_{v3} = 2 \cdot 0.1407(c/4)^4 = 0.00110c^4$$

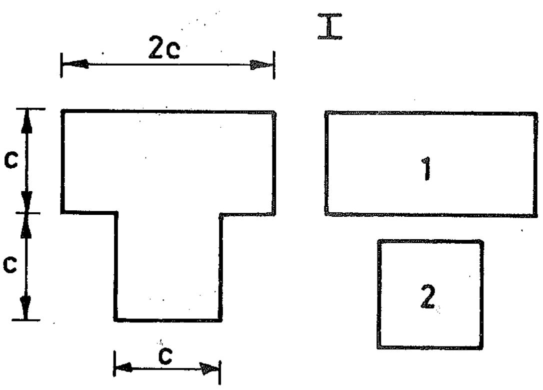
$$2I_{v4} = 2 \cdot 0.263 \cdot 3 \cdot (c/4)^4 = 0.00613c^4$$

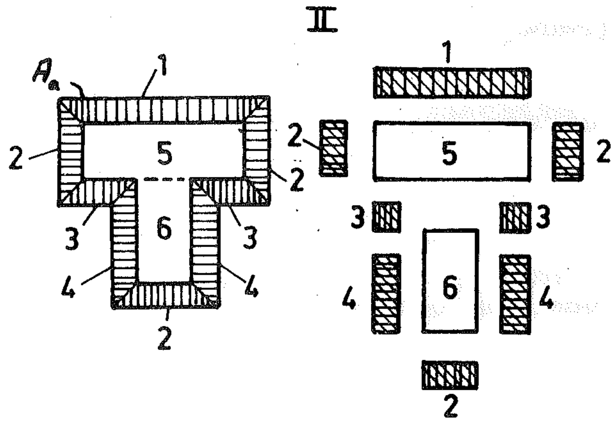
$$I_{v5} = 0263.1.5.c^4/8 = 0.049\ c^4$$

$$I_{v6} = \underline{0.229\ c^4/8 = 0.029\ c^4}$$

$$I'_{v\sigma} = \Sigma\ I_{vi} = 0.720\ c^4$$

Jos suorakaiteet olisi korvattu avoimella kapealla poikkileikkauksella olisi $I'_{v\sigma} = 0.737\ c^4$.





Kuva 7.4.