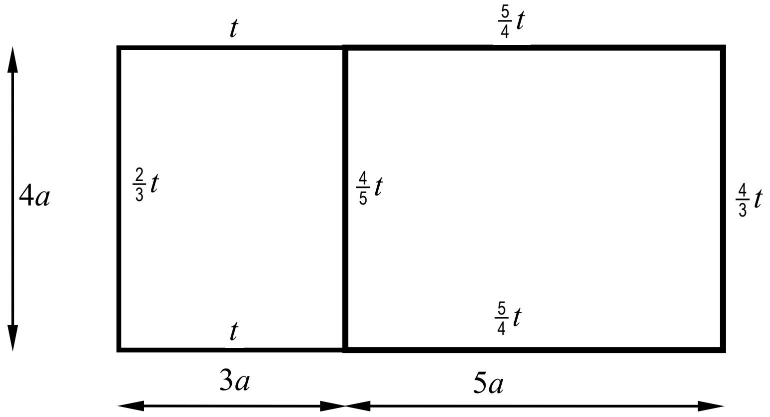
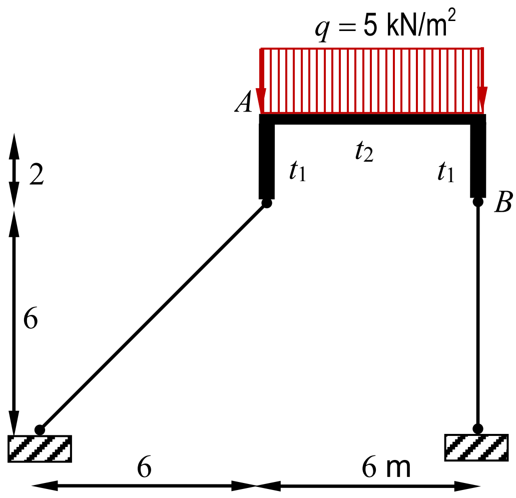
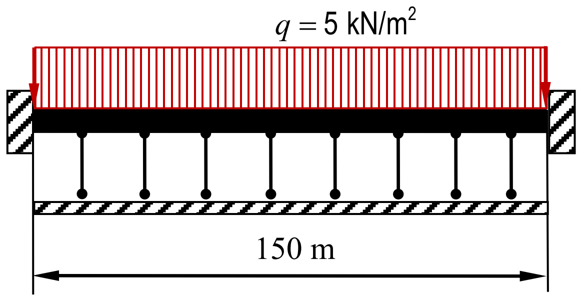


1. Määritä kuvan kaksikoteloisen poikkileikkauksen leikkauskeskiön eli vääntökeskiön paikka sekä pystysuoran leikkausvoiman leikkausvuot. Kuvaan on merkitty seinämien vahvuudet, lisäksi $a = 100 \cdot t$



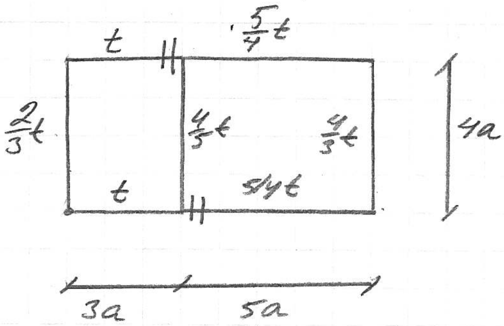


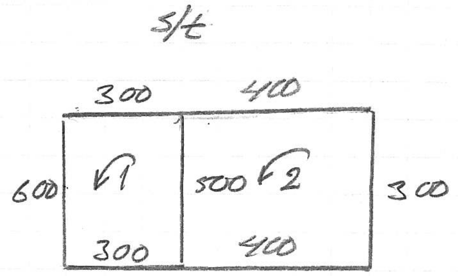
Ylimääräinen tehtävä:

2. Kuvan laituri on tuettu päistään jäykästi maapenkereeseen ja paaluilla meren kovaan pohjaan. Määritä kannen pintakuorman väännöstä aiheutuva normaalijännitys $\sigma_z(s)$ poikkileikkauksen pisteissä A ja B. Vahvuudet:

   $t_1 = 0,32$ m, $t_2 = 0,2$ m. Laiturin materiaalin kimmokerroin on E ja Poissonin luku $\nu = 0,1$.

T1 $a = 100t$





$$\oint_1 \frac{ds}{t} = 300 + 600 + 300 + 500 = 1700$$

$$\oint_2 \frac{ds}{t} = 400 + 500 + 400 + 300 = 1600$$

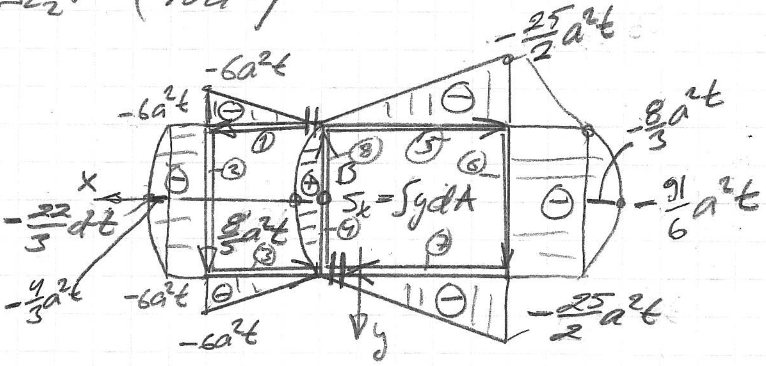
$$\int_{12} \frac{ds}{t} = 500$$

pinta-alat $\Omega_1 = 12a^2$, $\Omega_2 = 20a^2$

Vapaa vääntö

$$\begin{bmatrix} 1700 & -500 \\ -500 & 1600 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_1^v \\ q_2^v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\Omega_1 \\ 2\Omega_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24a^2 \\ 40a^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} q_1^v \\ q_2^v \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0{,}0236 \\ 0{,}0324 \end{pmatrix} a^2$$



$$\oint_1 S_x \frac{ds}{t} = \overset{1}{\frac{1}{2}(-6a^2t)300} +$$

$$\overset{2}{-\left(6 + \frac{2}{3}\frac{4}{3}\right)a^2t \cdot 600} + \overset{3}{\frac{1}{2}(-6a^2t)300} + \overset{4}{\frac{2}{3}\frac{8}{5}a^2 500}$$

$$= -5400\,a^2t$$

$$\oint_2 S_x \frac{ds}{t} = \overset{5}{\frac{1}{2}\frac{25}{2}a^2t \cdot 400} + \overset{6}{\left(\frac{25}{2} + \frac{2}{3}\frac{8}{3}\right)a^2t \cdot 300} + \overset{7}{\frac{1}{2}\frac{25}{2}a^2t \cdot 400} +$$

$$\overset{8}{-\frac{2}{3}\frac{8}{5}a^2t\,500} = 8750\,a^2t$$

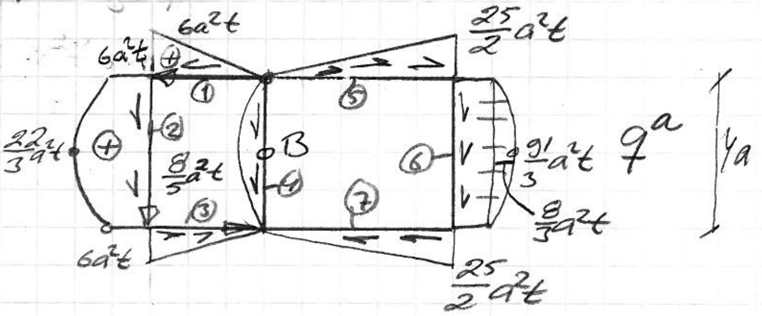
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1700 & -500 \\ -500 & 1600 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5400 \\ 8750 \end{pmatrix} a^2t$$

$$\begin{pmatrix} \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}727 \\ 4{,}929 \end{pmatrix} a^2t$$

$$M_B = \int h_B(q^a+\bar q)\,ds = \underbrace{-\int h_B S_x\,ds}_{M_B^a} + \underbrace{\sum_{i=1}^{2} 2\Omega_i \bar q_i}_{\bar M}$$

$$\bar M = 24a^2(-1{,}727)a^2t + 40a^2\cdot 4{,}929a^2t$$
$$= 155{,}7a^4t$$

$$\curvearrowleft B \quad M_B^a = \overset{1+3}{2\cdot\tfrac{1}{2}6a^2t\cdot 3a\cdot 2a} + \overset{2}{\left(6+\tfrac{2}{3}\tfrac{4}{3}\right)a^2t\cdot 4a\cdot 3a} + \overset{4}{0} +$$
$$\overset{5+7}{-2\tfrac{1}{2}\tfrac{25}{2}a^2t\cdot 5a\cdot 2a} - \overset{6}{\left(\tfrac{25}{2}+\tfrac{2}{3}\tfrac{8}{3}\right)a^2t\cdot 4a\cdot 5a} +$$
$$= -291{,}89a^4t$$

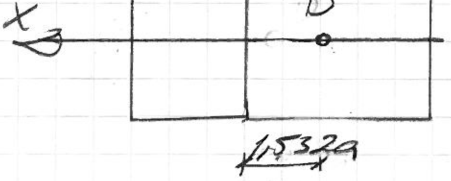


$$M_B = \bar M + M_B^a = -136{,}19$$

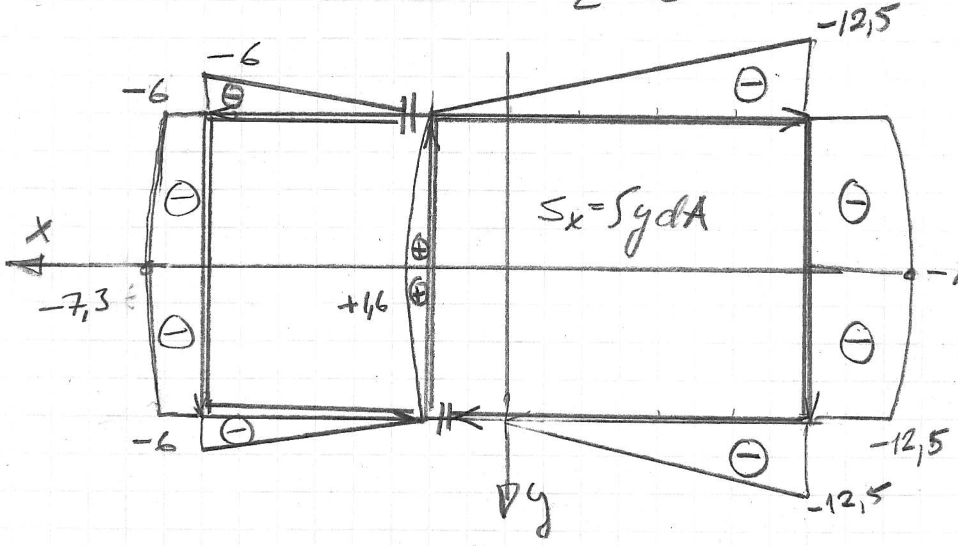
leikkausvoima $\quad q^a = -S_x$

$$Q_y = \left[\left(6+\tfrac{2}{3}\tfrac{4}{3}\right)a^2t + \tfrac{2}{3}\tfrac{8}{5}a^2t + \left(\tfrac{25}{2}+\tfrac{2}{3}\tfrac{8}{3}\right)a^2t\right]\cdot 4a$$
$$= 88{,}9a^3t$$

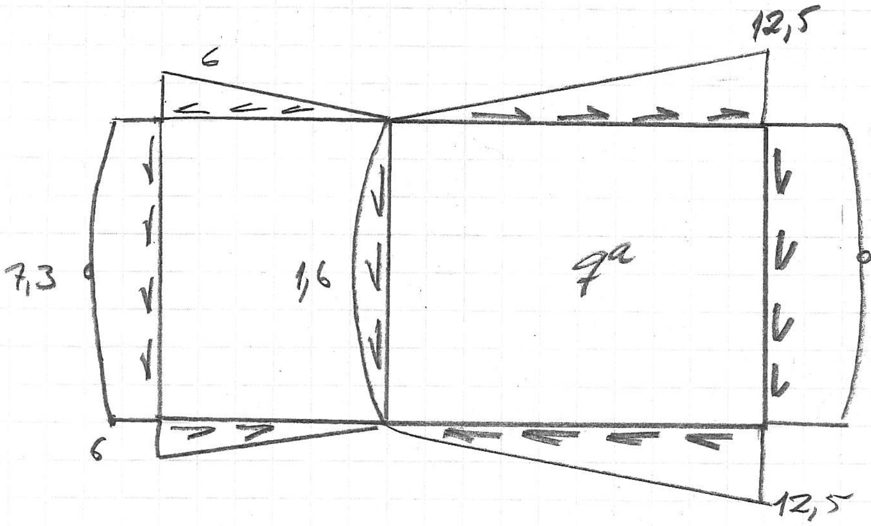
$$e_B = \frac{M_B}{Q_y} = -1{,}532a$$



D on vääntökeskiö



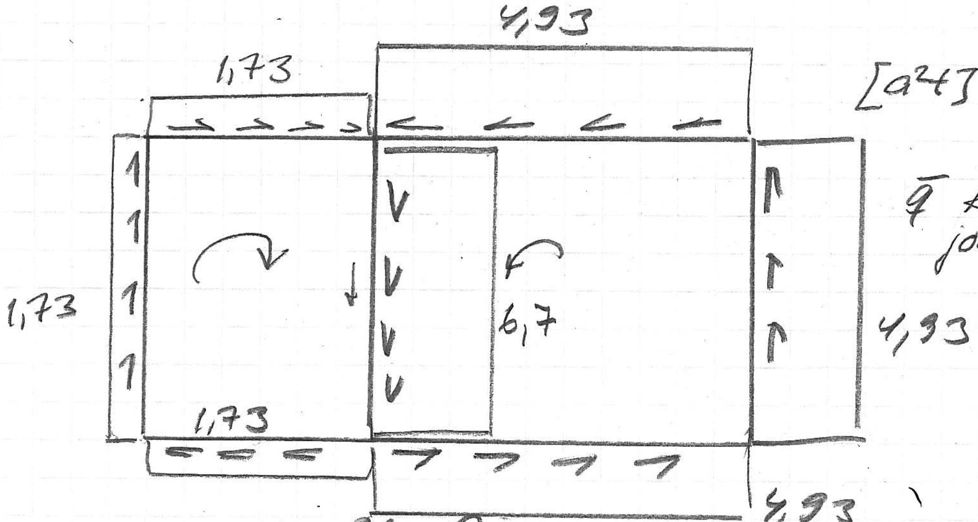
Staattinen momentti S_x



[a²t]

"<—" suunta

leikkausvuo q^a

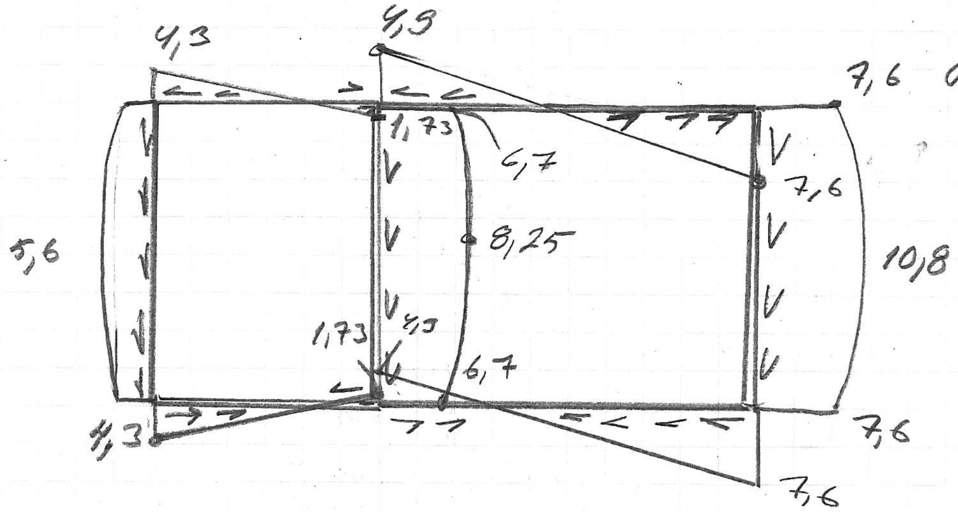


[a²t]

$\bar{q}$ katkaisusta johtuva vuo

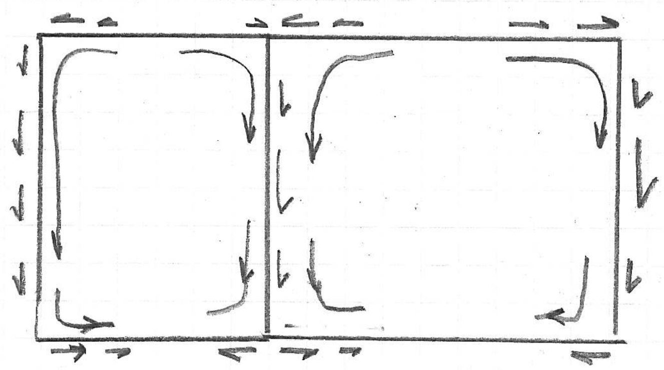
$q_1 = -1{,}727\,a^2t$

$q_2 = 4{,}929\,a^2t$



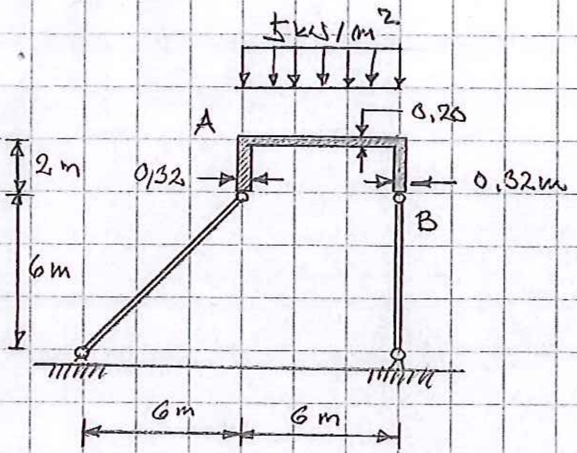
yhteenlaskettu vuo

$q^a + \bar{q}$



Leikkausjännitys hahmotelma

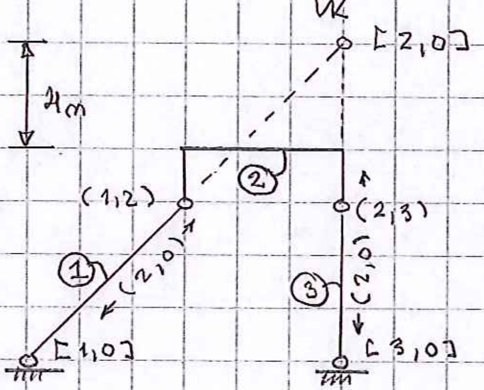
$\tau = q/t$



Kuvan laituri on tuettu päistään jäykästi maapenkereeseen ja paaluilla kuvan mukaisesti meren kovaan pohjaan. Määritetään kannen pintakuormasta aiheutuva $\sigma_z(z)$ jakautuma linjoilla A ja B.

Ratkaisu:

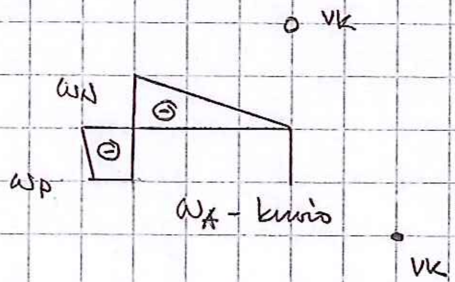
Kysymyksessä on ohjattu vääntö jota ohjaavat paalut. Etsitään osan 2 (profiili) kiertonapa [2,0] ≙ vääntökeskiö.



(3,0) (2,3)
(1,0) (1,2) $\Rightarrow$ (2,0)

Määritetään poikkileikkauksen ω-kuvio.

$$\omega_N = -4*6 = -24 \qquad \omega_P = -24 + 2*6 = -12$$

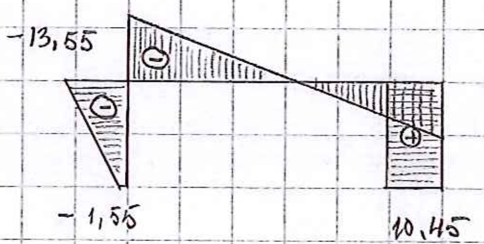


Paalut eivät voi estää liitospisteidensä pituussuuntaista liikettä joten $S_\omega = 0$

$$S_\omega = \int \omega_A da + \omega_0 \int da = 0$$

$$\omega_0 = -\frac{\frac{1}{2}*6*0{,}2*(-24) + \frac{1}{2}*2*0{,}32*(-24-12)}{6*0{,}2 + 4*0{,}32}$$

$$\underline{\omega_0 = 10{,}452\ m^2}$$



ω - kuvio

Ja sitten I_ω Mohr'in taulukoilla

$$I_\omega = 0{,}32*2*10{,}45^2 + 0{,}20*\frac{6}{3}*[10{,}45^2 + 13{,}55^2 - 13{,}55*10{,}45] + 0{,}32*\frac{2}{3}*[13{,}55^2 + 1{,}55^2 + 13{,}55*1{,}55]$$

$$\underline{\underline{I_\omega = 174{,}50\ m^6}}$$

$$I_v = \frac{1}{3}\sum s_i t_i^3 = \frac{1}{3}*[4*0{,}32^3 + 6*0{,}20^3]$$

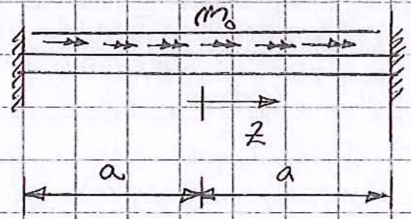
$$\underline{\underline{I_v = 0{,}0597\ m^4}}$$

Kun laiturin pituus $L = 150$ m niin $kL = \sqrt{\frac{GI_v}{EI_\omega}} \times L = \sqrt{\frac{0{,}0597}{2{,}2*174{,}5}} * 150$

∴ $kl = 1.8704$ kun $\nu = 0.1$

Vääntötehtävä on ratkaistava kaukalassa muodossa yleistetyllä teorialla.

Laituria kuormittaa tasainen vääntömomentti m_o kannen kuorman johdosta



$$m_o = (5*6)*3 = 90 \text{ kNm/m}$$

Vääntötehtävän yleinen ratkaisu on

$$\varphi = C_1 + C_2 z + C_3 \sinh kz + C_4 \cosh kz + \varphi_0(z)$$

Symmetrian johdosta φ:n oltava symmetrinen joten $C_2 = 0$ ja $C_3 = 0$

tasaisen kuorman yksityisratkaisu $\varphi_0(z) = -\frac{m_o}{2GI_v} z^2$

$$∴ \quad \varphi(z) = C_1 + C_4 \cosh kz - \frac{1}{2} \cdot \frac{m_o}{GI_v} \cdot z^2$$

Reunaehdot $\left\{ \begin{array}{l} \varphi(a) = 0 \\ \varphi_{,z}(a) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \quad C_1 = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{ka} \frac{\cosh ka}{\sinh ka} \right] \frac{m_o a^2}{GI_v}$

$$C_4 = \left[\frac{1}{ka \sinh ka} \right] \frac{m_o a^2}{GI_v}$$

$$\varphi(z) = \frac{m_o a^2}{GI_v} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{ka} \frac{\cosh ka}{\sinh ka} \right) + \frac{\cosh kz}{ka \sinh ka} - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right\}$$

Jännitykset kiinnostavat joten ratkaistaan $B(z) = -EI_\omega \varphi_{,zz}$

$$B(z) = -\frac{GI_v}{k^2} * \frac{m_o a^2}{GI_v} * \left\{ k^2 \frac{\cosh kz}{ka \sinh ka} - \frac{1}{a^2} \right\}$$

$$B(z) = -m_o a^2 \left\{ \frac{\cosh kz}{ka \sinh ka} - \frac{1}{(ka)^2} \right\}$$

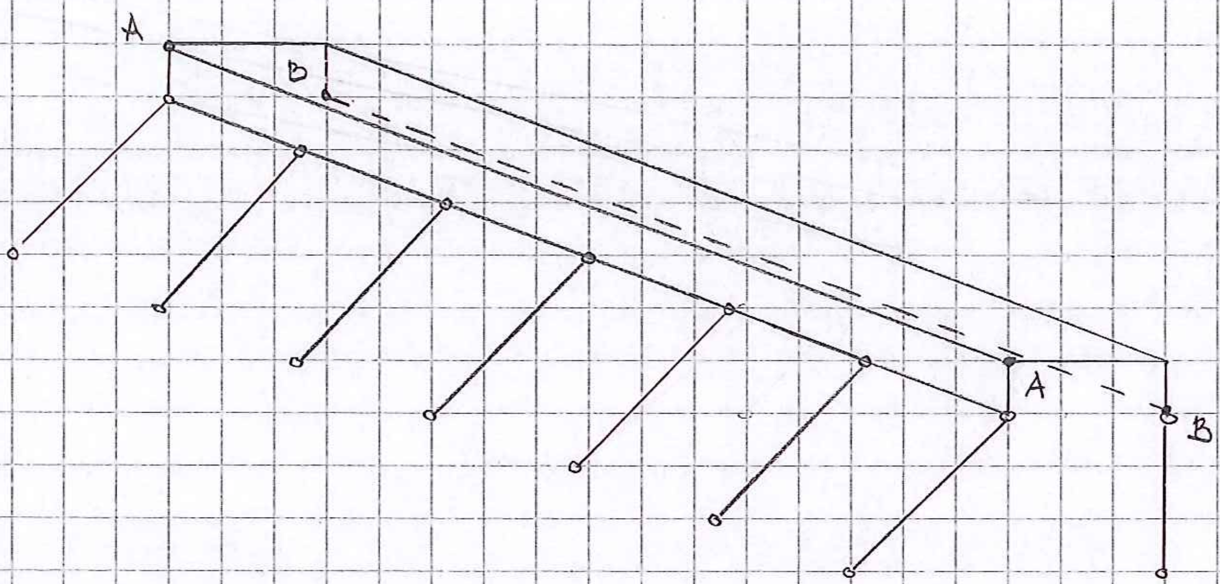
jossa $ka = 0.9352$

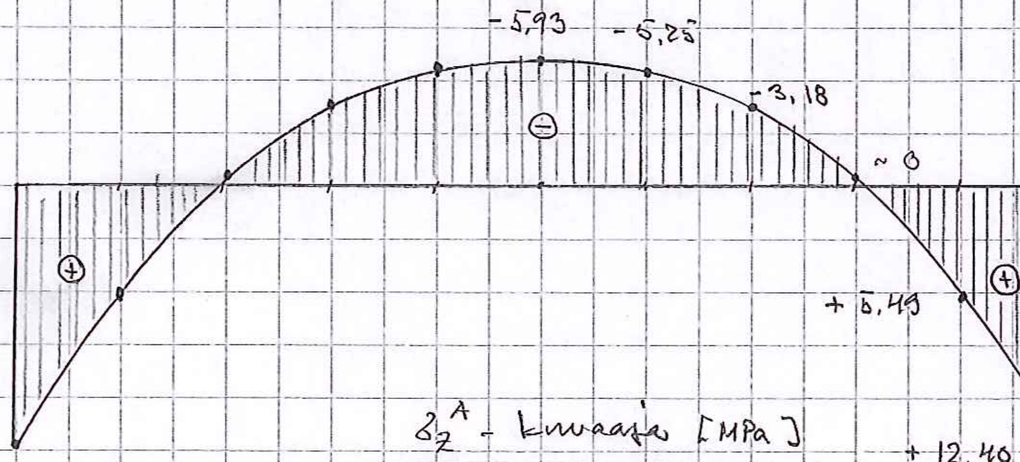
$$\sigma_z^A = \frac{B(z)}{I_\omega} * \omega^A = -\frac{90 * 75^2 * (-13.55)}{174.50} * \left\{ \frac{\cosh kz}{1.0134} - 1.1378 \right\}$$

$$\sigma_z^B = \frac{B(z)}{I_\omega} * \omega^B = -\frac{90 * 75^2 * (10.45)}{174.50} * \left\{ \frac{\cosh kz}{1.0134} - 1.1378 \right\}$$

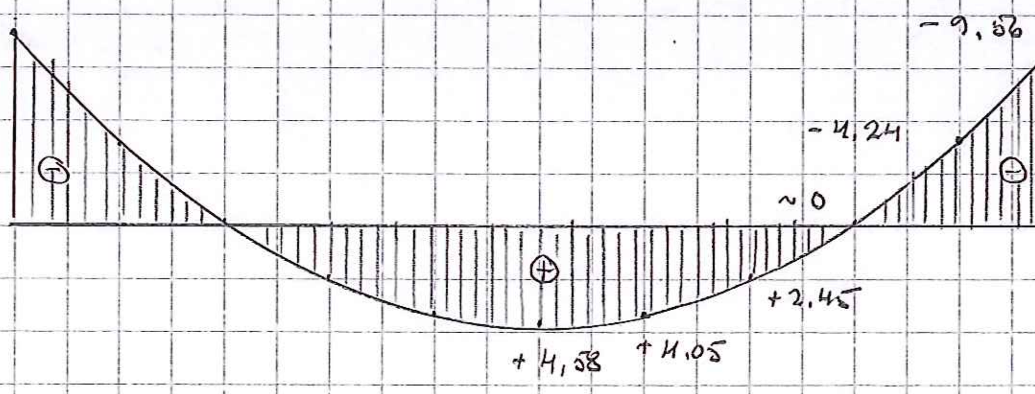
$$∴ \quad \sigma_z^A = 39.31 * (0.9867 * \cosh kz - 1.1378) \text{ MPa}$$

$$\sigma_z^B = -30.32 * (0.9867 * \cosh kz - 1.1378) \text{ MPa}$$





σ_z^A - kuvaaja [MPa]



σ_z^B - kuvaaja [MPa]