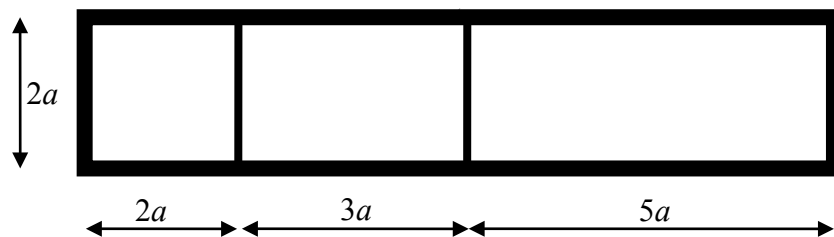
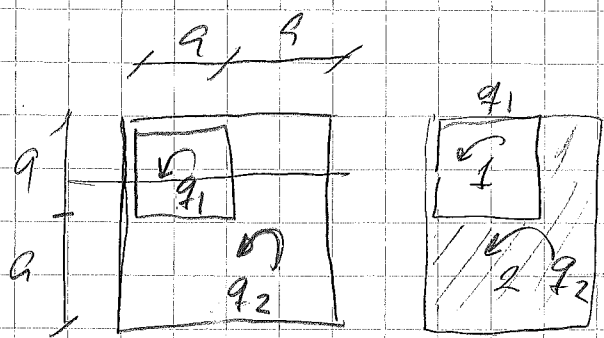


1. Määritä oheisen kuvan mukaisen, kahdesta neliöputkesta yhdistetyn vääntösauvan vääntöneliömomentti I_v . Seinämän paksuus on t molemmissa neliöputkissa.

2. Laske alla olevan kotelorakenteen vääntöneliömomentti I_v , kun ulkoseinien paksuus on t ja sisäseinien paksuus on $t/2$.



1



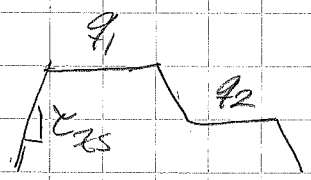
$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$$

$$\oint \tau_{25} ds = 2SA_i \theta$$

$$\tau_{25} = \frac{q_i}{t_i} \text{ tai } \tau_{25} = \frac{q_i - q_j}{t_{ij}}$$

$$\int_1 \tau_{25} ds = \frac{2a}{2t} q_1 + \frac{2a}{t} (q_1 - q_2) = 2G\theta a^2$$



$$\int_2 \tau_{25} ds = \frac{6a}{t} q_2 + \frac{2a}{t} (q_2 - q_1) = 2G\theta 3a^2$$

$$\frac{a}{t} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = 2G\theta \begin{pmatrix} a^2 \\ 3a^2 \end{pmatrix}$$

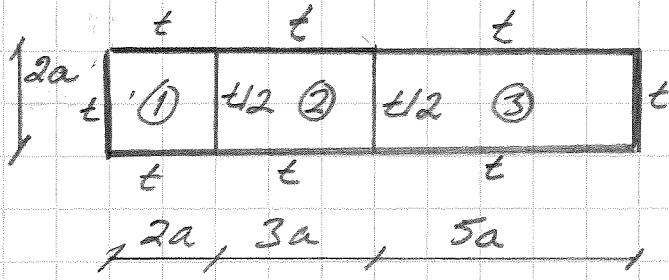
$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} 2tG\theta$$

$$= \begin{pmatrix} 1,4 \\ 1,1 \end{pmatrix} 2tG\theta$$

$$I_V = \frac{2}{G\theta} \sum q_i A_i = \frac{2}{G\theta} (1,4 \cdot a^2 + 1,1 \cdot 3a^2) G\theta = \underline{\underline{3,4 a^2 t}}$$

Miten laskisit jännitykset?

②



Määritetään kuvan kolmen vääntöneliömomentti I_v

Kullekin osalle pätee

$$\oint \tau_{zs} ds = 2G A_i \theta$$

Leikkausvoit \tilde{q}_i saadaan

$$[\tau_{ij}] \tilde{q}_i = 2A_i$$

$$\tau_{z0} = \frac{q_i}{t_i} \quad \text{tai} \quad \tau_{z0} = \frac{q_i - q_j}{t_{ij}}$$

$$\tau_{ii} = \int \frac{ds}{t_i} \quad \tau_{ij} = \int \frac{ds}{t_{ij}}$$

$$\tau_{11} = \frac{3 \cdot 2a}{t} + \frac{2a}{t/2} = 10 \frac{a}{t}$$

$A_i =$ kolmen pinta-ala

$$\tilde{q}_i = \frac{q_i}{G\theta}$$

$$\tau_{12} = -\frac{2a}{t/2} = -4 \frac{a}{t}$$

$$\tau_{22} = \frac{2 \cdot 3a}{t} + \frac{2 \cdot 2a}{t/2} = 14 \frac{a}{t}$$

$$\tau_{23} = -\frac{2a}{t/2} = -4 \frac{a}{t}$$

$$\tau_{33} = \frac{2 \cdot 5a + 2a}{t} + \frac{2a}{t/2} = 16 \frac{a}{t}$$

$$A_1 = 4a^2$$

$$A_2 = 6a^2$$

$$A_3 = 10a^2$$

$$\frac{a}{t} \begin{bmatrix} 10 & -4 & 0 \\ -4 & 14 & -4 \\ 0 & -4 & 16 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} a^2 \Rightarrow \begin{pmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5088 \\ 1,7719 \\ 1,6930 \end{pmatrix} at$$

$$\text{Vääntöneliömomentti } \underline{I_v} = 2 \sum_i \tilde{q}_i A_i = 2 \cdot 1,5088 at \cdot 4a^2 + 2 \cdot 1,7719 at \cdot 6a^2 + 1,6930 at \cdot 10a^2$$

$$= \underline{\underline{67,2 a^3 t}}$$