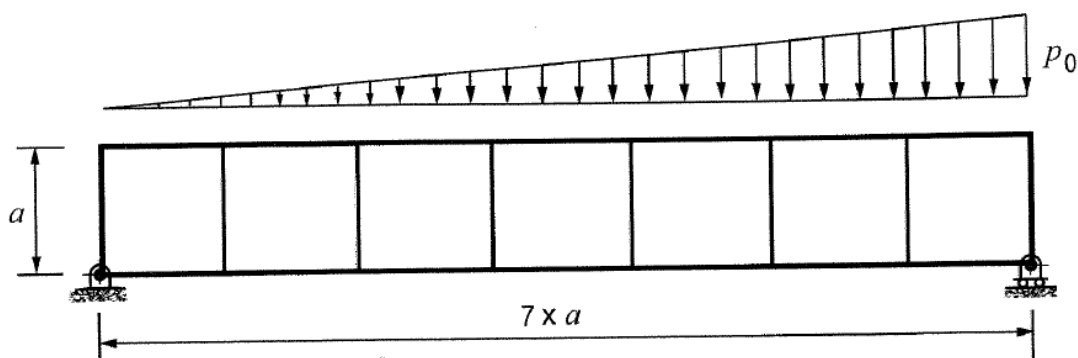
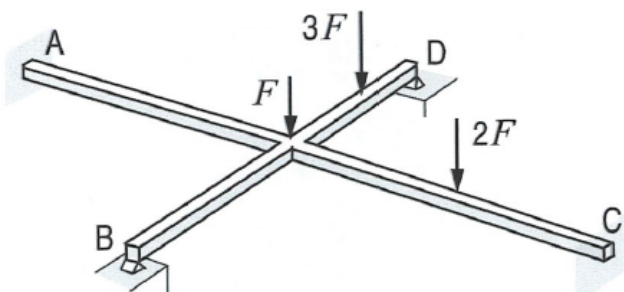


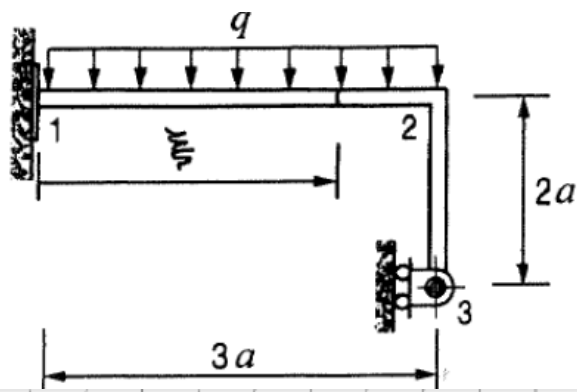
1. Määritä kuvan kehän rajakuormitus *mekanismimenetelmällä* eli *kinemaattisella menetelmällä*. Etsi plastisen nivelen paikka vaakapalkilla. Totea, onko tulos tarkka rajakuormitus. Palkkien plastinen momentti on M_p .



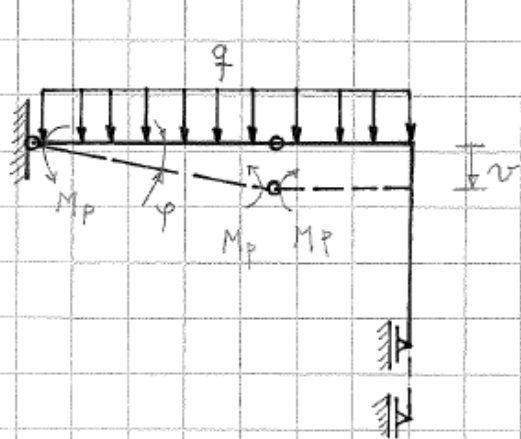
2. Määritä yllä olevan kuvan kehrakenteen rajakuormitus *mekanismimenetelmällä* eli *kinemaattisella menetelmällä*. Kehän vaakapalkkien poikkileikkauksen plastinen momentti on $2M_p$ ja pystypalkkien M_p .



3. Määritä kuvan kaksoissymmetrisen arinan yhtä suurten poikkileikkausten plastinen momentti siten, että varmuus sortumisen nähden on 2. Kohdissa B ja D on nivelkiinnitys ja kohdissa A ja C jäykkä kiinnitys. Voimat ovat arinan keskipisteessä ja jänteiden puolivälissä. Tutkin *mekanismimenetelmällä* eli *kinemaattisella menetelmällä* ainakin viisi eri mekanismia. $AC = 4a$, $BD = 2a$.



- Määritä kuvan kehän rajakuormitus mekaniismimenetelmällä eli kinemaattisella menetelmällä. Etsi plastisen nivelen paikka vaakapalkilla. Totea, onko tulos tarkka rajakuormitus. Palkkien plastinen momentti on M_p .



$$\varphi = v / \xi$$

$$\delta W_s = M_p \cdot \varphi + M_p \varphi = 2 M_p v / \xi$$

$$\begin{aligned} \delta W_u &= q(3 - \xi)v + q\xi \cdot \frac{1}{2}v \\ &= q(3a - \frac{1}{2}\xi)v \end{aligned}$$

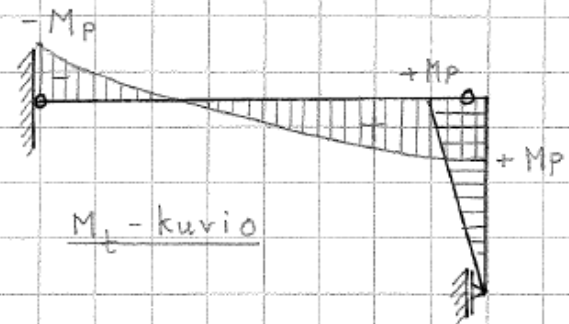
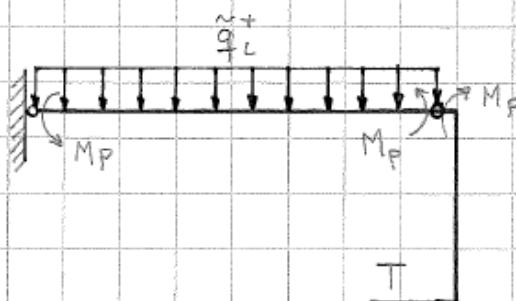
$$\delta W_u = \delta W_s$$

$$\frac{2 M_p v}{\xi} = q(3a - \frac{1}{2}\xi v), \quad \forall v$$

$$\Rightarrow \tilde{q}_{TL}^+ = \frac{2 M_p}{\xi(3a - \frac{1}{2}\xi)} = \frac{4 M_p}{6a\xi - \xi^2}$$

$$\frac{d\tilde{q}_{TL}^+}{d\xi} = 4 M_p \left(\frac{-(6a - 2\xi)}{(6a\xi - \xi^2)^2} \right) = 0 \Rightarrow 6a - 2\xi = 0 \Rightarrow \xi = 3a$$

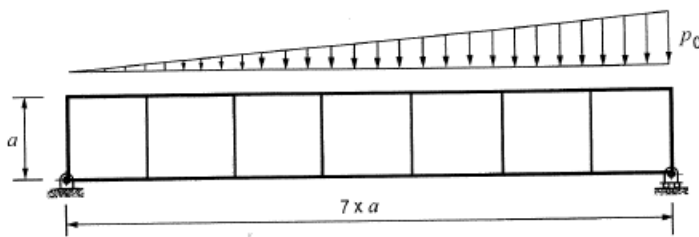
$$\Rightarrow \tilde{q}_{TL}^+ = \frac{4 M_p}{6a \cdot 3a - (3a)^2} = \frac{4}{9} \frac{M_p}{a^2}$$



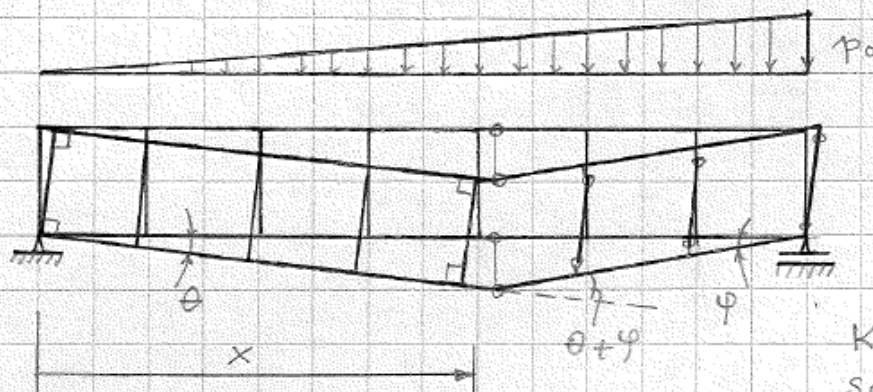
$$T \cdot 2a = M_p \Rightarrow T = M_p / 2a$$

$$\text{Tuella: } -M_p \stackrel{?}{=} +T \cdot 2a - q \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a = \frac{M_p}{2a} \cdot 2a - \frac{4}{9} \frac{M_p}{a^2} \cdot \frac{9}{2} a^2 = -M_p \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \tilde{q}_{TL} = \frac{4}{9} \frac{M_p}{a^2} \quad \text{tarkka}$$



2. Määritä yllä olevan kuvan kehärakenteen rajakuormitus mekaniismimenetelmällä eli kinemaattisella menetelmällä. Kehän vaakapalkkien poikkileikkauksen plastinen momentti on $2M_p$ ja pystypalkkien M_p .



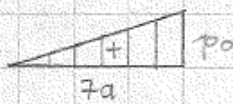
$$x \theta = (7a - x) \varphi$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{x}{7a - x} \theta$$

Kaikkissa nivelissä sama rotaatio $\varphi + \theta$

$$\theta + \varphi = \left(1 + \frac{x}{7a - x}\right) \theta$$

$$\Rightarrow \theta + \varphi = \frac{7a}{7a - x} \theta$$



MOHRin integraalitaulukot:

$$\delta W_u = \frac{1}{6} \cdot 7a \cdot p_0 \cdot x \theta \left(1 + \frac{x}{7a}\right) = \frac{1}{6} p_0 x (7a + x) \theta$$



$$|\delta W_s| = 2 \cdot 2M_p (\theta + \varphi) + 2nM_p (\theta + \varphi)$$

$$na = 7a - x \quad \Rightarrow \quad n = \frac{7a - x}{a} \quad \Rightarrow \quad |\delta W_s| = 2M_p (\theta + \varphi) (2 + n)$$

$$\Rightarrow |\delta W_s| = 2M_p \frac{7a}{7a - x} \left(2 + \frac{7a - x}{a}\right) \theta = 14M_p \frac{(9a - x)}{x(7a - x)} \theta$$

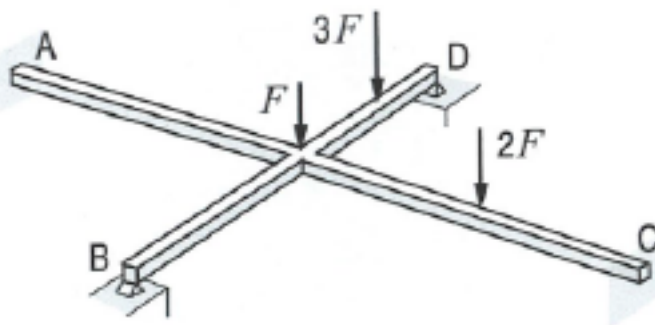
$$\Rightarrow \frac{1}{6} p_0 x (7a + x) \theta = 14M_p \frac{(9a - x)}{x(7a - x)} \theta, \quad \forall \theta$$

$$\Rightarrow \ddot{p}_{oL}^+ = \frac{84M_p (9a - x)}{x(49a^2 - x^2)}, \quad \frac{d\ddot{p}_{oL}^+}{dx} = 0$$

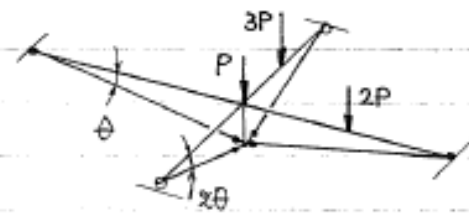
$$\Rightarrow x(49a^2 - x^2) \cdot (-1) - (9a - x) \cdot (49a^2 - 3x^2) = 0$$

$$\Rightarrow 5a < x < 6a \quad \Rightarrow \quad \ddot{p}_{oL}^+ (5a) = 2,80 M_p / a^2$$

$$\ddot{p}_{oL}^+ (6a) = 3,23 M_p / a^2$$

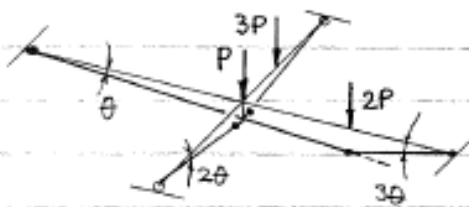


3. Määritä kuvan kaksoisyympärisen arinan yhtä suurten poikkileikkausten plastinen momentti siten, että varmuus sortumisen nähden on 2. Kohdissa B ja D on nivelkiinnitys ja kohdissa A ja C jäykkä kiinnitys. Voimat ovat arinan keskipisteessä ja jänteiden puolivälissä. Tutkin mekaniikkamenetelmällä eli kinemaattisella menetelmällä ainakin viisi eri mekanismia. $AC = 4a$, $BD = 2a$.



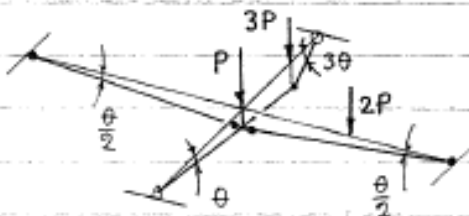
$$M_p(\theta + \theta + 2\theta + 4\theta) - 3P \cdot \frac{a}{2} \cdot 2\theta - 2P \cdot a \cdot \theta - P \cdot 2a \cdot \theta = 0$$

$$\Rightarrow M_p = \frac{7}{8} Pa \quad (1)$$



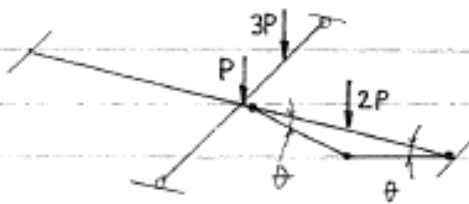
$$M_p(\theta + 3\theta + 4\theta + 2\theta + 2\theta) - 3P \cdot \frac{a}{2} \cdot 2\theta - 2P \cdot a \cdot 3\theta - P \cdot 2a \cdot \theta = 0$$

$$\Rightarrow M_p = \frac{11}{12} Pa \quad (2)$$



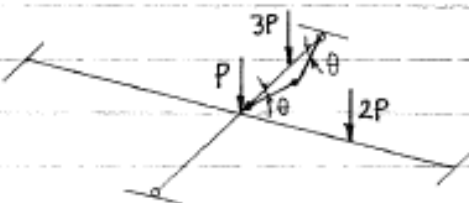
$$M_p\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2} + \theta + 4\theta\right) - 3P \cdot \frac{a}{2} \cdot 3\theta - 2P \cdot a \cdot \frac{\theta}{2} - P \cdot 2a \cdot \frac{\theta}{2} = 0$$

$$\Rightarrow M_p = \frac{13}{12} Pa \quad (3)$$



$$M_p(\theta + \theta + 2\theta) - 2P \cdot a \cdot \theta = 0$$

$$\Rightarrow M_p = \frac{1}{2} Pa \quad (4)$$



$$M_p(\theta + 2\theta) - 3P \cdot \frac{a}{2} \cdot \theta = 0$$

$$\Rightarrow M_p = \frac{1}{3} Pa \quad (5)$$

Mitoittava mekanismi on (3), jolloin

$$M_p = \frac{13}{12} Pa \approx 1,083 Pa$$