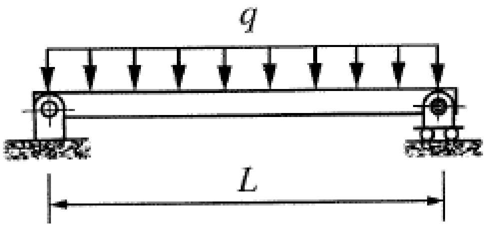
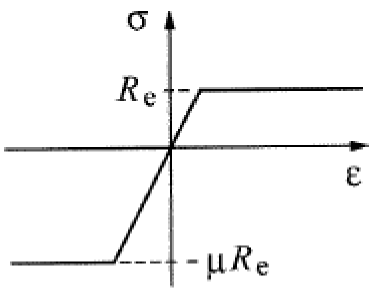
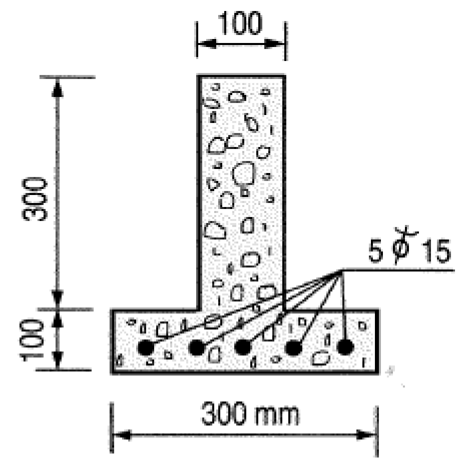


1. Palkin poikkileikkaus on suorakulmio, jonka korkeus h on vakio ja leveys muuttuu lineaarisesti arvosta b arvoon $4b$. Laske palkin plastisen nivelen paikka ja rajakuormitus.

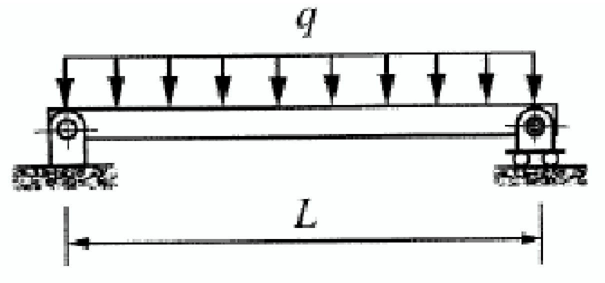


2. Palkin, jonka poikkileikkaus on suorakulmio $b \times h$, materiaalin $\sigma\varepsilon$-käyrä on kuvan mukainen. Puristus-puolen myötörajan kerron, $\mu \geq 1$. Määritä poikkileikkauksen muotokerroin.



3. Määritä kuvan teräsbetonipoikki-leikkauksen myötömomentti, plastinen momentti ja muotokerroin, kun teräs ja betoni oletetaan kimmo-ideaali-plastiseksi materiaaliksi. Oletetaan, että betoni on vetoa kestämätön materiaali. Betonin puristusmyötöraja $R_e = 20$ MPa ja teräksen vetomyötöraja $20R_e =$ 400 MPa. $E_t/E_b = 7$.

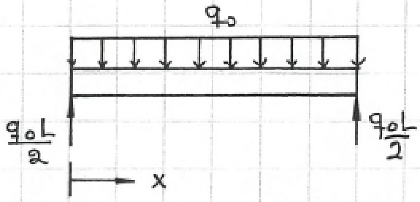
Kotitehtävä 1 on jaettu harjoituksessa H1.



1. Palkin poikkileikkaus on suorakulmio, jonka korkeus h on vakio ja leveys muuttuu lineaarisesti arvosta b arvoon $4b$. Laske palkin plastisen nivelen paikka ja rajakuormitus.

tehtävässä on oletettu, että korkeus h=4b.

$$b(x) = b + 3b\frac{x}{L} = b\left(1 + 3\frac{x}{L}\right)$$



$$M_t = \frac{q_0 L}{2}x - q_0 x \cdot \frac{x}{2} = \frac{q_0 L^2}{2}\left(\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right)$$

$$M_p(x) = \frac{b(x)h^2}{4}Re = \frac{b\left(1+3\frac{x}{L}\right)\cdot(4b)^2 Re}{4}$$

$$\Rightarrow \quad M_p(x) = 4b^3 Re\left(1 + 3\frac{x}{L}\right)$$

Plastisen nivelen paikka:

$$M_t = M_p \quad \Rightarrow$$

$$\frac{q_0 L^2}{2}\left(\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right) = 4b^3 Re\left(1 + 3\frac{x}{L}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{q_0 L^2}{8b^3 Re}\left(\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right) = 1 + 3\frac{x}{L} \quad , \quad \text{merk.} \quad \vartheta = \frac{q_0 L^2}{8b^3 Re}$$

$$\Rightarrow \quad \vartheta\left(\frac{x}{L}\right)^2 - (\vartheta - 3)\left(\frac{x}{L}\right) + 1 = 0$$

Vaaditaan 1 ratkaisu, jolloin D=0 :

$$(\vartheta - 3)^2 - 4\vartheta = 0 \quad \Rightarrow \quad \vartheta^2 - 10\vartheta + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \begin{cases} 1 \\ 9 \end{cases}$$

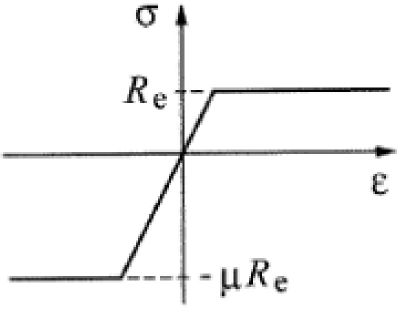
$\underline{\vartheta = 1}$: $\quad \left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right) + 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{L} + 1\right)^2 = 0 \quad , \quad \frac{x}{L} < 0 \quad$ ei käy

$\underline{\vartheta = 9}$: $\quad 9\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 6\left(\frac{x}{L}\right) + 1 = 0 \Rightarrow \left(3\frac{x}{L} - 1\right)^2 = 0 \quad , \quad \frac{x}{L} = \frac{1}{3} \quad$ ·/.

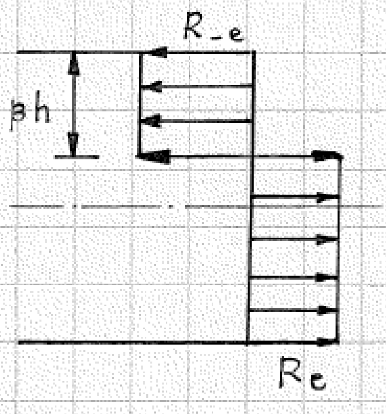
$$\Rightarrow \quad x = \frac{L}{3}$$

$$\frac{q_0 L^2}{8b^3 Re} = 9 \quad \Rightarrow \quad q_0^L = 72\frac{Re\, b^3}{L^2}$$

Tehtävässä oletettiin, että korkeus $h = 4b$. Jos oletetaan, että h on riippumaton suure, niin kuormitus on $q_0 = 4{,}5 \cdot Re \cdot bh^2/L^2$.



2. Palkin, jonka poikkileikkaus on suorakulmio $b \times h$, materiaalin $\sigma\varepsilon$-käyrä on kuvan mukainen. Puristuspuolen myötörajan kerron, $\mu \geq 1$. Määritä poikkileikkauksen muotokerroin.



$W_z = \frac{1}{6} bh^2$, $R_e = \frac{M_m}{W_z}$ (veto-puoli)

$\Rightarrow \quad M_m = R_e W_z = \frac{1}{6} bh^2 R_e$

$\rightarrow + \; (h-\beta h) b R_e - \beta h b R_{-e} = 0$

$\Rightarrow \quad 1-\beta-\mu\beta = 0$

$\Rightarrow \quad \beta = \frac{1}{1+\mu}$, $\mu \geq 1$

Momentti yläreunan suhteen (voimapari!)

$$M_p = (h-\beta h) b \cdot \tfrac{1}{2} (h+\beta h) R_e - \beta h b \cdot \tfrac{1}{2} \beta h R_{-e} =$$

$$= \tfrac{1}{2} bh^2 (1-\beta^2) R_e - \tfrac{1}{2} bh^2 \beta^2 \mu R_e =$$

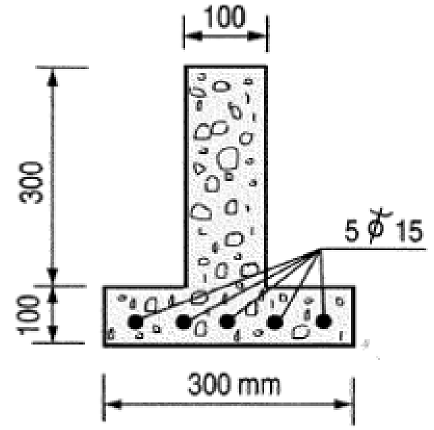
$$= \tfrac{1}{2} bh^2 R_e (1-\beta^2-\mu\beta^2) = \tfrac{1}{2} bh^2 R_e (1-(1+\mu)\beta^2)$$

$$= \tfrac{1}{2} bh^2 R_e \left(1 - \frac{1+\mu}{(1+\mu)^2}\right) = \tfrac{1}{2} bh^2 R_e \frac{(1+\mu-1)}{1+\mu}$$

$$= \tfrac{1}{2} bh^2 R_e \frac{\mu}{1+\mu}$$

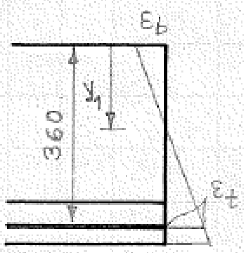
$$\Phi = \frac{M_p}{M_m} = \frac{\frac{1}{2} bh^2 R_e \mu/(1+\mu)}{\frac{1}{6} bh^2 R_e} = \frac{3\mu}{1+\mu}$$

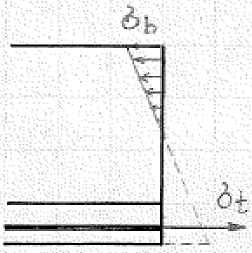
jos $\mu = 1 \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{3 \cdot 1}{1+1} = \frac{3}{2}$ ./.



3. Määritä kuvan teräsbetonipoikkileikkauksen myötömomentti, plastinen momentti ja muotokerroin, kun teräs ja betoni oletetaan kimmo-ideaaliplastiseksi materiaaliksi. Oletetaan, että betoni on vetoa kestämätön materiaali. Betonin puristusmyötöraja $R_e = 20$ MPa ja teräksen vetomyötöraja $20R_e = 400$ MPa. $E_t/E_b = 7$.

RATKAISU:

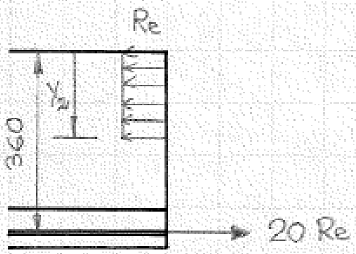




Myötömomentti M_m:

Bernoullin hypoteesi: $\frac{\varepsilon_t}{360-y_1} = \frac{\varepsilon_b}{y_1}$

$\Rightarrow \quad y_1 = \frac{360}{1+\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_b}} = \frac{360}{1+\frac{\sigma_t E_b}{\sigma_b E_t}} = \frac{360}{1+\frac{1}{7}\frac{\sigma_t}{\sigma_b}}$



Oletetaan, että betoni myötää ensin,

$\Rightarrow \quad \sigma_b = R_e$. Tasapainoehto

$\rightarrow \quad \sigma_t \cdot 5\pi \cdot 7{,}5^2 = \frac{1}{2} R_e \cdot 100 \cdot y_1$

$\Rightarrow \quad 5\pi \cdot 7{,}5^2 \, \sigma_t = 50 R_e \cdot \frac{360}{1+\frac{1}{7}\frac{\sigma_t}{R_e}}$

$\Rightarrow \quad \sigma_t^2 + 7{,}000 R_e \sigma_t - 142{,}6 R_e^2 = 0$

$\Rightarrow \quad \sigma_t = 8{,}944 \; R_e \; (< 20 R_e)$ ✓

$\Rightarrow \quad y_1 = \frac{360}{1+\frac{1}{7}\cdot\frac{8{,}944 R_e}{R_e}} = 158{,}05$

$\Rightarrow$

$M_m = \sigma_t \cdot 5\pi \cdot 7{,}5^2 (360 - y_1) + R_e \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \frac{2}{3} y_1^2 = 2{,}423 \cdot 10^6 \; R_e \; [mm^3]$

Plastinen momentti M_p: $\quad \sigma_t = 20 R_e$, $\sigma_b = R_e$

Tasapainoehto:

$\rightarrow \quad 20 R_e \cdot 5\pi \cdot 7{,}5^2 = y_2 \cdot R_e \cdot 100 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 176{,}7$

$\Rightarrow \quad M_p = 20 R_e \cdot 5\pi \cdot 7{,}5^2 (360 - y_2) + R_e \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} y_2^2$

$= 3{,}239 \cdot 10^6 \; R_e + 1{,}561 \cdot 10^6 R_e = 4{,}800 \cdot 10^6 \; R_e \; [mm^3]$

Muotokerroin Φ: $\quad \Phi = \frac{M_p}{M_m}$

$\Rightarrow \quad \Phi = \frac{4{,}800}{2{,}423} \approx 1{,}98$