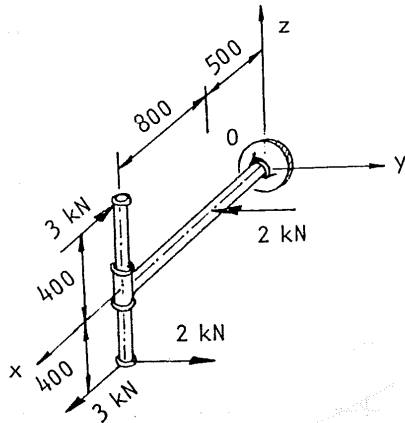


Tampereen Yliopisto / Rakennustekniikan yksikkö
 RAK-31040 STATIIKAN JA DYNAMIIKAN PERUSTEET, 5 op
 Kevät 2020, Harjoitus 2.

(Statiikka: voiman momentti, ekvivalentti voimasysteemi)



3-7 Kuvan rakenteeseen vaikuttaa kaksi voimaparia. Laske Voimaparien momenttien summa. Kuvan mitat ovat millimetrejä.

RATKAISU:

järj. (kN, mm)

$$\vec{F}_1 = 2 \vec{j} \quad , \quad \vec{r}_1 = 800 \vec{i} - 400 \vec{k}$$

$$\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 800 & 0 & -400 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 800 \vec{i} + 1600 \vec{k}$$

2

$$\vec{M}_2 = (3 \cdot 800)(-\vec{j}) = -2400 \vec{j}$$

2

$$\Rightarrow \vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 800 \vec{i} - 2400 \vec{j} + 1600 \vec{k} \quad (\text{kNmm})$$

1

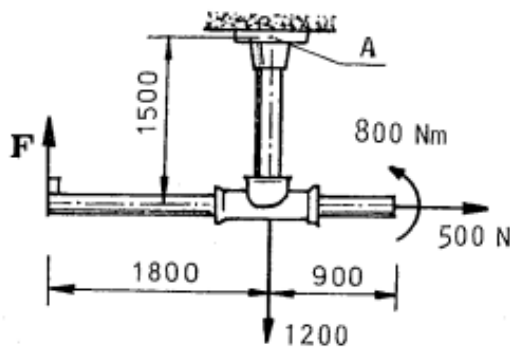
$$|\vec{M}| = \sqrt{800^2 + (-2400)^2 + 1600^2} \approx 2993 \quad (\text{kNmm})$$

2. TAPA: $M_x = +2 \cdot 400 = +800$

$$M_y = -3 \cdot 800 = -2400$$

$$M_z = -2 \cdot 800 = +1600$$

$$\Rightarrow \vec{M} = (800 \vec{i} - 2400 \vec{j} + 1600 \vec{k}) \quad \text{kNm}$$



3-22 Määritä voima F siten, että kuvan voimasysteemin kokoamistulos pisteessä A olisi pelkkä resultantti. Kuinka suuri on resultantti tällöin? Kuvan mitat ovat millimetrejä.

Järj (kN, mm)

$$M_A = +800 + 0,500 \cdot 1500 - F \cdot 1800 = 0 \quad \text{ehto}$$

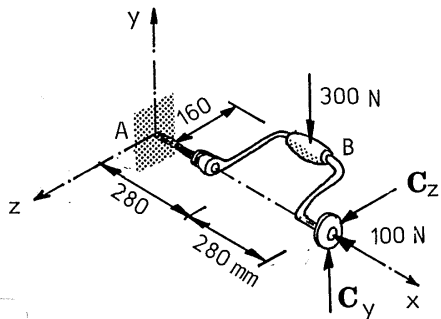
$$\Rightarrow F \approx 0,861 \text{ kN} \quad \triangleleft$$

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}, \quad R_x = 0,500$$

$$R_y = +F - 1,200 = -0,339$$

$$\Rightarrow \vec{R} = (0,500 \vec{i} - 0,339 \vec{j}) \text{ kN} \quad \triangleleft$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{0,500^2 + (-0,339)^2} \approx 0,604 \text{ kN} \quad \triangleleft$$



3-11 Porattaessa reikää seinään painetaan kädensijaa B pystysuoralla voimalla 300 N ja kädensijaa C voimalla, jonka poran akselin suuntainen komponentti on 100 N. Määritä voiman \vec{C} muut komponentit, kun vaaditaan, että terään ei kohdistu taivutusta eli kuvan voima-
systeemin momentit y- ja z-akselien suhteen ovat nolliä. Määritä tällöin yhdistystulos origossa.

Käytetään järjestelmää (N, m).

$$\vec{M}_A = -300 \cdot 0,16 \vec{i} - C_z \cdot 0,56 \vec{j} = (300 \cdot 0,28 - C_y \cdot 0,56) \vec{k}$$

Annettu ehto:
$$\begin{cases} M_{Ay} = 0 \\ M_{Az} = 0 \end{cases}$$

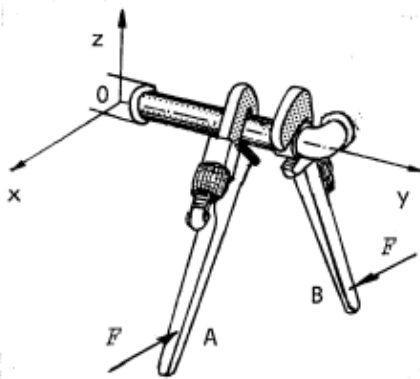
\Rightarrow

$$\begin{cases} -C_z \cdot 0,56 = 0 \\ -300 \cdot 0,28 + C_y \cdot 0,56 = 0 \end{cases}$$

\Rightarrow

$$\begin{cases} C_z = 0 \\ C_y = 150 \end{cases}$$

dynami pisteessä A : $(\vec{R}, \vec{M}_A) = (-100 \vec{i} - 150 \vec{j}, -48 \vec{k})$



9. Kuvan putkimutkan kiristämiseen käytetään kahta jakoavainta, joihin kohdistuu käsistä x-akselin suuntaiset voimat $F = 45 \text{ N}$.

- Määritä oikean puoleiseen avaimen kohdistuvan voiman momentti y-akselin suhteen.
- Määritä avaimiin kohdistuvan voimaparin momentti.
- Selitä, miksi on käytettävä kahta avainta.

A: (75, 100, -125) mm, B: (-75, 150, -125) mm

$$a) M_y = -F \cdot |z_B| = -45 \text{ N} \cdot |-125 \text{ mm}| = -5,625 \text{ Nm} \quad \triangleleft$$

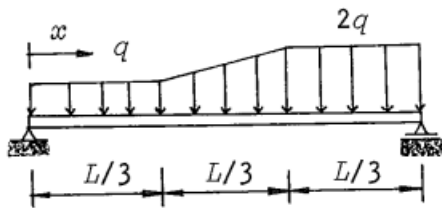
$$b) \vec{F} = +F \vec{i} = +45 \vec{i} \quad \text{järj. (N, mm)}$$

$$\vec{r}_{B/A} = (-75-75) \vec{i} + (150-100) \vec{j} + (-125 - (-125)) \vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{r}_{B/A} = -150 \vec{i} + 50 \vec{j}$$

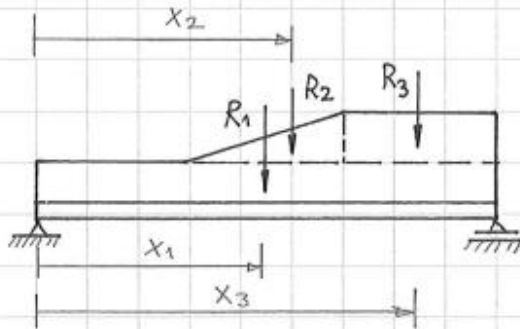
$$\vec{M} = \vec{r}_{B/A} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -150 & 50 & 0 \\ +45 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -50 \cdot 45 \vec{k} = -2,250 \vec{k} \text{ Nm} \quad \triangleleft$$

- Väännettäessä avaimella B putki pyrkii kiertymään y-akselin ympäri. Tämä estetään avaimella A.



24. Määritä kuvan voimajakautuman resultantti sekä resultantin paikka palkin vasemmasta päästä mitattuna.

Vast: $47L/81$



$$R_1 = qL, \quad R_2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{L}{3} = \frac{1}{6} qL, \quad R_3 = q \cdot \frac{L}{3} = \frac{1}{3} qL$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = qL + \frac{1}{6} qL + \frac{1}{3} qL = \frac{6+1+2}{6} qL = \frac{3}{2} qL$$

$$x_1 = \frac{L}{2}, \quad x_2 = \frac{L}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{L}{3} = \frac{5}{9} L, \quad x_3 = L - \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{3} = \frac{5}{6} L$$

$$x = \frac{R_1 x_1 + R_2 x_2 + R_3 x_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{qL \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6} qL \cdot \frac{5}{9} L + \frac{1}{3} qL \cdot \frac{5}{6} L}{\frac{3}{2} qL} = \frac{47}{81} L$$

Huom! Resultantin SUURUUS määräytyy ehdosta, että alkuperäisellä ja siitä redusoidulla voimasysteemillä on sama resultantti. Resultantin PAIKKA määräytyy ehdosta, että kummallakin voimasysteemillä on sama momentti mielivaltaisen pisteen suhteen. Pisteeksi on tässä valittu palkin vasen tuki. Kun voimasysteemien resultantti sekä momentti ovat samoja, ne ovat ekvivalentteja.