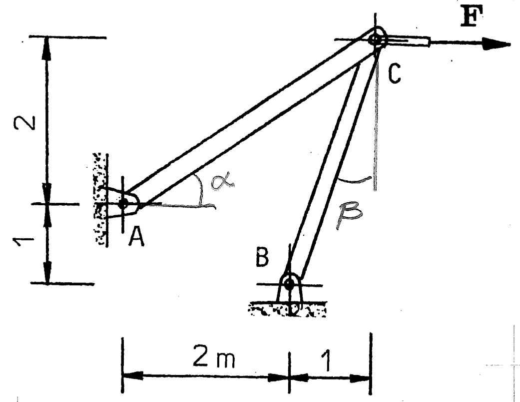
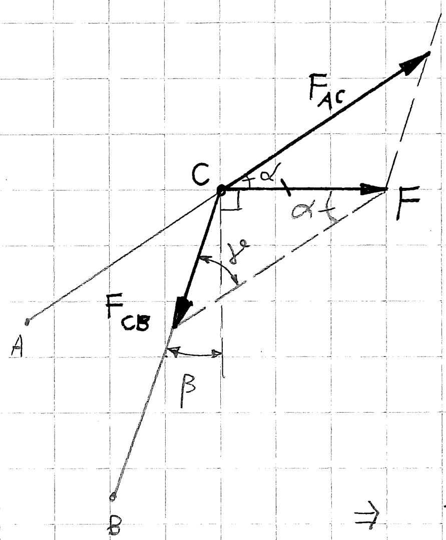
Tampereen Yliopisto / Rakennetekniikan yksikkö
RAK-31040 STATIIKAN JA DYNAMIIKAN PERUSTEET, 5 op
Kesä 2020, Harjoitus 1.

korjattu 5.7.2004



2-2 Jaa kuvan vaakasuora voima $F = 6$ kN kahteen komponenttiin, jotka ovat sauvojen AC ja BC suuntaisia.



Järjestelmä (kN, m).

$\tan\alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha \approx 33{,}69°$

$\tan\beta = \frac{1}{3} \Rightarrow \beta \approx 18{,}43°$

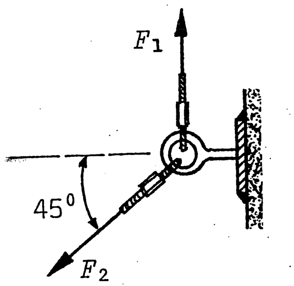
$\gamma = 180° - (90° + \beta) - \alpha \approx 37{,}88°$

Sinilause:

$$\frac{F_{CB}}{\sin\alpha} = \frac{F_{AC}}{\sin(90° + \beta)} = \frac{F}{\sin\gamma}$$

$$\Rightarrow F_{CB} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} F = \frac{\sin 33{,}69°}{\sin 37{,}88°} \cdot 6 \approx 5{,}42 \text{ kN} \triangleleft$$

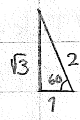
$$F_{AC} = \frac{\sin(90° + \beta)}{\sin\gamma} F = \frac{\sin 108{,}4°}{\sin 37{,}88°} \cdot 6 \approx 9{,}27 \text{ kN} \triangleleft$$



2-8. Määritä kuvan voimat F_1 ja F_2 siten, että niiden resultantin $\boldsymbol{F}$ suuruus on 10 kN ja suunta 60° vaakasuunnasta luettuna. Laske tehtävä ensin trigonometrian keinoin ja sitten vektorialgebran avulla.

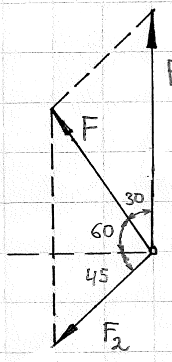
RATKAISU:

järj. (kN)



a)

$$F_2 \cos 45° = F \cos 60°$$



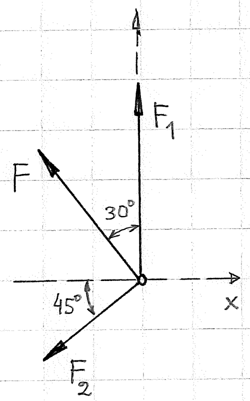
$$\Rightarrow \quad F_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 10 \cdot \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad F_2 = 5\sqrt{2} \approx 7{,}07 \blacktriangleleft$$

$$F_1 = F_2 \sin 45° + F \sin 60°$$

$$\Rightarrow \quad F_1 = 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5(1+\sqrt{3}) \approx 13{,}7 \blacktriangleleft$$

b) $\quad \vec{F_1} = F_1 \vec{j} \quad , \quad \vec{F_2} = \frac{F_2}{\sqrt{2}}(-\vec{i} - \vec{j})$

$$\vec{F} = 10(-\sin 30° \, \vec{i} + \cos 30° \, \vec{j})$$



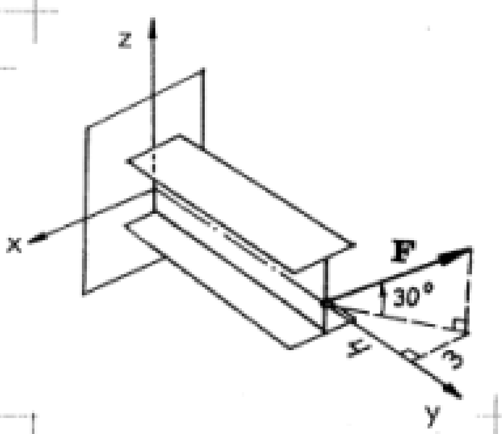
$$\Rightarrow \quad \vec{F} = 5(-\vec{i} + \sqrt{3}\,\vec{j})$$

ehto: $\quad \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$$\Rightarrow \quad -5\vec{i} + 5\sqrt{3}\,\vec{j} = -\frac{F_2}{\sqrt{2}}\vec{i} + \left(F_1 - \frac{F_2}{\sqrt{2}}\right)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} -5 = -\dfrac{F_2}{\sqrt{2}} & \Rightarrow \quad F_2 = 5\sqrt{2} \quad \triangleleft \\ 5\sqrt{3} = F_1 - \dfrac{F_2}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad F_1 = 5\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 5\sqrt{2} = 5(1+\sqrt{3}) \quad \triangleleft$$

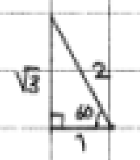


7. Kuvan ulokepalkin päähän vaikuttavan voiman z-komponentti on 3 kN. Määritä voiman muut komponentit.

järj. (kN, m)

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\frac{F_x}{F_y} = \frac{-3}{4} \Rightarrow F_x = -\frac{3}{4}F_y$$



$$F_z = F\sin 30° = \frac{1}{2}F = 3$$

$$\Rightarrow F = 6$$

Toisaalta:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \Rightarrow 6 = \sqrt{(-\tfrac{3}{4}F_y)^2 + F_y^2 + 3^2} \quad | \text{kor } \mathrm{II}$$

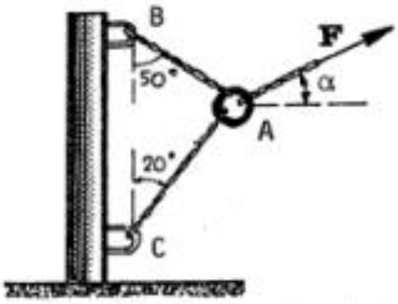
$$36 = \frac{9}{16}F_y^2 + F_y^2 + 9 \Rightarrow 27 = \frac{25}{16}F_y^2$$

$$\Rightarrow F_y = \underset{(-)}{+}\frac{4}{5}\cdot 3\sqrt{3} \approx 4{,}157$$

$$\Rightarrow F_x = -\frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}\sqrt{3} = -\frac{9}{5}\sqrt{3} \approx -3{,}118$$

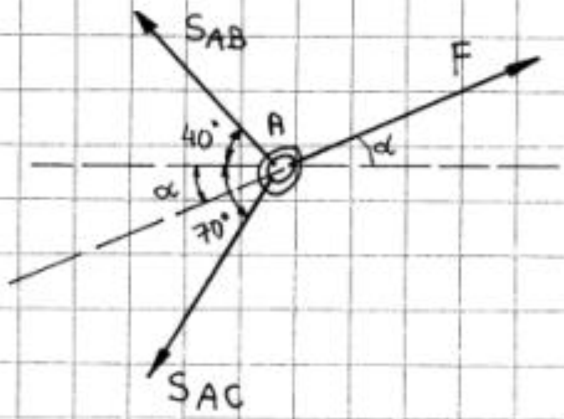
$$\Rightarrow \vec{F} = (-3{,}118\,\vec{i} + 4{,}157\,\vec{j} + 3\vec{k})\ \text{kN}$$

◁



4. Ketjut AB ja AC kestävät enintään 20 kN voiman. Mikä on suurin mahdollinen voima F ja mikä on sen suuntakulma α ?

Vast: 22,9 kN, 15°



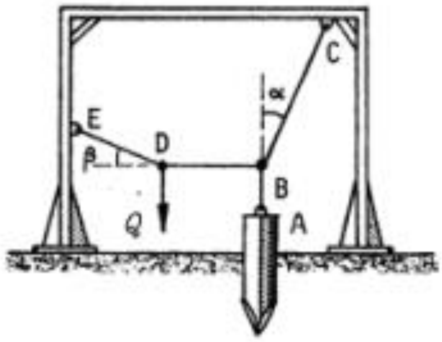
Helposti voidaan päätellä, että voima F on suurimmillaan,

kun $S_{AC} = S_{AB} = S_{sall} = 20\ kN$

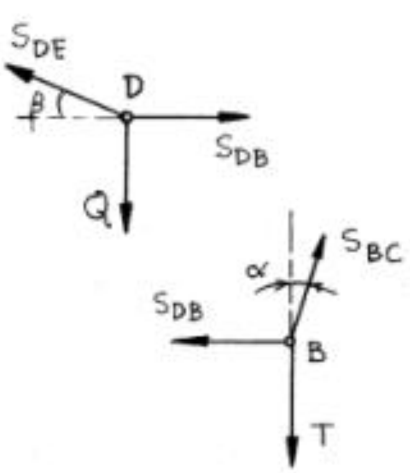
ja $40° + \alpha = 70° - \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = 15°$ ◁

$\nearrow$ $+F - 2\, S_{AC} \cos 55° = 0$, $S_{AC} = 20\ kN$

$\Rightarrow \quad F_{max} = 2 \cdot 20\ kN \cdot \cos 55° \approx 22{,}94\ kN$ ◁



12. Kuva esittää erästä paalun irrottajan periaatetta. Köysi AB on pystysuora ja BD vaakasuora. Mies vetää renkaasta D alaspäin voimalla Q. Laske paaluun kohdistuva vetävä voima, kun $\alpha = \beta = 5^{\circ}$. Köydet oletetaan venymättömiksi ja tukikehikko täysin jäykäksi.



$\uparrow \quad + S_{DE} \sin\beta - Q = 0$

$\Rightarrow \quad S_{DE} = \dfrac{Q}{\sin\beta}$

$\rightarrow \quad -S_{DE} \cos\beta + S_{DB} = 0$

$\Rightarrow \quad S_{DB} = S_{DE} \cos\beta = Q \cot\beta$

$\rightarrow \quad -S_{DB} + S_{BC} \sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{BC} = \dfrac{S_{DB}}{\sin\alpha} = \dfrac{\cot\beta}{\sin\alpha} Q$

$\uparrow \quad + S_{BC} \cos\alpha - T = 0$

$\Rightarrow \quad T = S_{BC} \cos\alpha = \cot\alpha \cot\beta \, Q$

$\alpha = \beta = 5^{\circ} \quad \Rightarrow \quad T = \cot^2 5^{\circ} \, Q \approx 130{,}6 \, Q$