Johdatus materiaalimalleihin

13. harjoitus - materiaalimallien numeerinen ratkaisu

1. Ratkaise yksiulotteinen virumismalli

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_{\mathrm{c}}), \tag{1}$$

jossa virumisnopeus on (Maxwell)

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{c}} = \frac{1}{\tau_{\mathrm{pr}}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\mathrm{r}}}\right).$$

Pseudorelaksaatioaika τ_{pr} on materiaalivakio ja σ_{r} mielivaltainen viitejännitys. Relaksaatioaika τ_{r} on $\tau_{\mathrm{r}} = \tau_{\mathrm{pr}}\varepsilon_{\mathrm{r}} = \tau_{\mathrm{pr}}\sigma_{\mathrm{r}}/E$. Tarkastele vakionopeus vetokoetta $\varepsilon(t) = \varepsilon_{\mathrm{r}}t/\tau_{\mathrm{r}}$. Integroi jännitysvaste ajanhetkeen $4\tau_{\mathrm{r}}$ saakka käyttäen soveliasta aika-askelta Δt. Käytä (a) eksplisiittistä ja (b) implisiittistä Eulerin menetelmää.

Ohje. Muotoile yhtälö (1) dimensiottomassa muodossa käyttäen dimensiotonta jännitystä $y = \sigma/\sigma_{\mathrm{r}}$. Määritä ensin eksplisiittisen Eulerin menetelmän kriittinen aika-askel.

2. Tarkastele epälineaarista kinemaattisesti lujittuvaa Armstrong-Frederick (Chabochen malli yhdellä keskiöjännityksellä) mallia, joka voidaan kuvata yhtälöillä

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}^{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}), \tag{2}$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{X}) = \sigma_{\mathrm{eff}} - \sigma_{\mathrm{y0}} = 0, \tag{3}$$

$$\sigma_{\mathrm{eff}} = \sqrt{\tfrac{3}{2}(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{X}) : (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{X})}, \tag{4}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} = \dot{\lambda}\frac{3}{2}\frac{\boldsymbol{s} - \boldsymbol{X}}{\sigma_{\mathrm{eff}}}, \tag{5}$$

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} - \dot{\lambda}\gamma\boldsymbol{\alpha} \tag{6}$$

jossa $\boldsymbol{s}$ on deviatorinen jännitys $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}$ ja sisäisen muuttujan $\boldsymbol{\alpha}$ ja keskiöjännityksen $\boldsymbol{X}$ välinen relaatio on $\boldsymbol{X} = \frac{2}{3}C\boldsymbol{\alpha}$. Materiaaliparametrit ovat siten $\sigma_{\mathrm{y0}}, C, \gamma$. Huomaa, että $\dot{\lambda}$ on yhtäkuin tehollinen plastinen venymä

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}}}.$$

- Määritä mallin antama maksimijännitys monotonisessa yksiakselisessa vetokokeessa.
- Määritä jännitysvaste plastisella alueella monotonisessa yksiakselisessa vetokokeessa, eli määritä $\varepsilon^{\mathrm{p}} - \sigma$-kuvaaja.

Ohje. Muista, että $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}, \boldsymbol{\alpha}$ ja $\boldsymbol{X}$ ovat deviatorisia, eli ne voidaan yksiakselisessa vetokokeessa kuvata vain yhden komponentin avulla.