

Johdatus materiaalimalleihin

2. harjoitus – jännitystila, pääjännitykset, invariantit

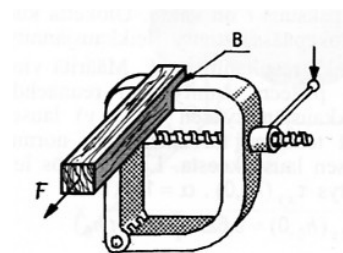
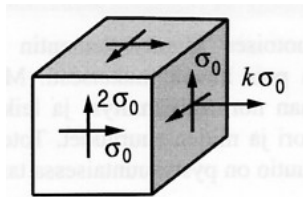
1. Erään 3D palkkirakenteen poikkileikkauksen pisteen jännitystila on karteesisessa suorakulmaisessa (x_1, x_2, x_3) koordinaatistossa seuraava

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & -\sigma_0 & \sigma_0 \\ -\sigma_0 & 0 & 0 \\ \sigma_0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

jossa σ_0 on jokin positiivinen jännitysarvo.

- (a) Piirrä jännityselementti.
 - (b) Määritä traktiovektori tasolla, jonka normaalin suunta on $(4, 3, 0)$.
 - (c) Määritä normaali- ja leikkausjännityskomponentit edellisen kohdan tasolla.
 - (d) Määritä pääjännitykset.
 - (e) Määritä deviatorinen jännitysmatriisi $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$.
 - (f) Määritä jännityksen deviaattorimatriisin toinen invariantti $J_2 = \frac{1}{2}\text{tr}(\mathbf{s}^2) = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}$, sekä myös niin sanottu von Misesin tehollinen jännitys, joka määritellään yhtälöllä $\sigma_{\text{eff}} = \sqrt{3J_2}$.
2. Määritä alla vasemmalla olevan kuvan mukaisen jännitystilan jännitysmatriisi $\boldsymbol{\sigma}$, deviatorinen jännitysmatriisi $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$ sekä deviaattorimatriisin toinen invariantti $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}$.

Määritä lisäksi kerroin k siten, että kysymyksessä olisi tasojännitystila. Määritä näin saadun jännitystilan pääjännitykset sekä jännityksettömän pintaelementin yksikkönormaali. Laske myös päälleikkausjännitys.



3. Sauvaa, jonka poikkileikkaus on neliö (sivu 20 mm) vedetään voimalla $F = 6$ kN, kuva yllä oikealla. Ruuvipuristimen leukojen kosketusala on 500 mm^2 ja kitkakerroin leukojen ja sauvan välillä on 0,3. Laske pisteen B jännitystilan jännityskomponentit, pääjännitykset ja pääsuunnat, kun sauva on luistamaisillaan. Määritä deviaattorimatriisi ja sen invariantit J_2 ja J_3 . Määritä myös deviatorisen tason Loden kulma θ .

4. Tasojännitystilassa olevan kappaleen kaksiakselista rasiustilaa käytetään usein materiaalmalleissa esiintyvien vakioiden määrittämiseen. Jännitystila on siten kuormien suuntaan määritetyssä koordinaatistossa

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

jossa α on dimensioton parametri, joka kokeesta riippuen voi vaihdella välillä $(-1, 1)$. Määritä parametrin α funktiona:

- (a) keskimääräinen jännitys σ_m ,
- (b) tehollinen jännitys $\sigma_e = \sqrt{3J_2}$,
- (c) Loden kulma θ (katso määritelmä luentomonisteesta),
- (d) maksimileikkausjännitys τ_{\max} ,
- (e) ja maksimileikkausjännitystason normaalin suunta.

Millaista jännitystilaa kuvaa tapaus $\alpha = -1$?